



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola d'Enginyeria de Barcelona Est

TRABAJO DE FIN DE GRADO

Grado en Ingeniería Mecánica

DISEÑO DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN DE UN HELICÓPTERO



Volumen 1

Memoria y Anexos

Autor:	Aleix Verdú Rojas
Director:	Jesús Maria Petreñas
Convocatoria:	Enero 2018

Resumen

A lo largo de la memoria se documentan los pasos que se han realizado para establecer el dimensionado tanto de engranajes como de ejes, para que puedan formar parte de un helicóptero con transmisión de cola, y así poderlos diseñar.

Se presentan los diferentes tipos de helicópteros que hoy en día podemos encontrar y cómo es su funcionamiento que les permite elevarse en el aire. Se profundiza en aquellos apartados correspondientes al sistema de transmisión y de los elementos que los componen.

Se definen los elementos como engranajes y árboles de transmisión que se han utilizado, sus dimensiones, los esfuerzos que generan o soportan y su capacidad de transmisión. Los materiales para los que pueden estar constituidos y la normativa que deben cumplir tanto engranajes como árboles para poder ser aptos en la transmisión de potencia.

Al final de la memoria encontramos los anexos en los que se encuentran todos los cálculos realizados, tanto aerodinámicos como de diseño, y las propias conclusiones de cada caso que han permitido establecer las dimensiones finales de engranajes y de árboles de transmisión. Con estas dimensiones se ha realizado el diseño de cada elemento y su correspondiente plano, que podemos encontrar en el volumen 2 de este proyecto.

Resum

Al llarg de la memòria es documenten els passos que s'han realitzat per establir el dimensionat tant d'engranatges com d'eixos, perquè puguin formar part d'un d'helicòpter amb transmissió de cua, i així poder-los dissenyar.

Es presenten els diferents tipus d'helicòpters que avui en dia podem trobar i com es el seu funcionament que els permet elevar-se en l'aire. Es profunditza en aquells apartats corresponents al sistema de transmissió i dels elements que els componen.

Es defineixen els elements com engranatges i arbres de transmissió que s'han utilitzat, les seves dimensions, els esforços que generen o suporten i la seva capacitat de transmissió. Els materials pels quals poden estar constituïts y la normativa que han de complir tant engranatges com arbres per poder ser aptes en la transmissió de potencia.

Al final de la memòria trobem els annexos en els quals es troben tots els càlculs realitzats, tant aerodinàmics com de disseny, i les pròpies conclusions de cada cas que han permès establir les dimensions finals d'engranatges i d'arbres de transmissió. Amb aquestes dimensions s'ha realitzat el disseny de cada element i el seu corresponent plànol, que podem trobar en el volum 2 de aquest projecte.

Abstract

Throughout this report it will be documented the steps that have been realized to establish the dimensions of gears and axes, so they can be part of a helicopter with a tail transmission, and be able to design them.

This report shows the different types of helicopters that we can find today and the method which allows them to rise in the air. Later, it deepens in the sections that talk about transmission system and the components inside.

The elements like gears and axes that are used in the project can be defined with these characteristics: dimension, forces and efforts that generate or endure and the capacity to transmit power, materials that have been used to fabricate the gears and axes, the theory and normative that establishes the correct forms to transmit the necessary power.

Finally, the annexes show all the calculations, aerodynamic and design, and the conclusions of every case to establish the final dimensions of gears and axes. With these dimensions every element and drawings are designed, which it can be found in the second volume of this report.

Agradecimientos

A lo largo de este trabajo ha habido y han aparecido personas especiales que siempre con pocas palabras o gestos han contribuido a que este proyecto salga adelante.

Primero quisiera agradecer a mi tutor, Jesús María Petrenyas, el permitir llevar a cabo este trabajo al igual que la libertad a la hora de realizarlo. Y tener la paciencia de escuchar todas mis dudas y conclusiones que le he presentado.

Después agradecer a dos de mis compañeros ya graduados, Jordi Giribes y Jordi Arrojo, por escuchar y aguantar todas las veces que les he hablado sobre este trabajo y que siempre me han aportado con alguna idea positiva con la que mejorar el proyecto.

Quisiera dar las gracias a los trabajadores de Heliswiss Iberica; Carlos Rovellada, Pau y Marti. Gracias por permitirme entrar en el aeropuerto de Sabadell, enseñarme los helicópteros que allí se encuentran y contestar a todas mis preguntas. Y gracias a Lluís Ferrer por ponerme en contacto con ellos.

Por último dar las gracias a mi familia por estar ahí siempre apoyándome para que encontrara soluciones a todos los problemas y hacer que este último trabajo fuese lo más llevadero posible. Gracias por ofreceros a ayudarme y hacer todo esto posible.

ÍNDICE

RESUMEN	I
RESUM	II
ABSTRACT	III
AGRADECIMIENTOS	IV
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Motivación	1
1.2. Requerimientos previos.....	1
1.3. Objetivos del trabajo.....	1
1.4. Abasto del trabajo.....	2
2. ESTADO DEL ARTE	3
2.1. Rotor principal individual.....	3
2.2. Dos rotores gemelos (contra rotatorios).....	5
2.3. Funcionamiento	7
3. SISTEMA DE TRANSMISIÓN MECÁNICA DE POTENCIA	10
3.1. La Transmisión del helicóptero.....	10
3.2. El sistema motor	11
3.3. Transmisión Principal	13
3.4. Transmisión de Cola	15
4. ELEMENTOS DE LA TRANSMISIÓN	16
4.1. Engranajes	16
4.2. Engranajes Cónicos	17
4.3. Engranaje Epicicloidal o Planetario.....	19
4.4. Árbol y eje de transmisión	21
4.5. Elementos de apoyo	22
5. FUERZAS DE CONTACTO	24
6. MATERIALES	26
7. NORMATIVAS DE DISEÑO	28
7.1. ANSI/AGMA 2001: Capacidad de carga de Engranajes.....	29
7.2. Teoría de Söderberg.....	43

8.	DIMENSIONES DE ENGRANAJES Y ÁRBOLES DE TRANSMISIÓN	50
8.1.	Dimensiones de los Engranajes	50
8.2.	Dimensiones de los Árboles	51
9.	ANÁLISIS DEL IMPACTO AMBIENTAL	53
10.	PRESUPUESTO	54
	CONCLUSIONES	55
	ANNEXO A	59
A1.	Cálculos previos de características iniciales y finales.....	60
A2.	Cálculos de diseño y conclusiones de engranajes.....	67
A3.	Cálculos de diseño y conclusiones de ejes	111

Índice figuras

Figura	Descripción	Página
1	Palas al aire del rotor de cola	3
2	Palas del rotor de cola tipo Fenestron	4
3	Esquema de funcionamiento del sistema NOTAR	4
4	Helicóptero con los rotores dispuestos en Tándem	5
5	Helicóptero con los rotores dispuestos de forma coaxial	5
6	Helicóptero con los rotores entrecruzados	6
7	Helicóptero con los rotores dispuestos de manera transversal	6
8	Dimensiones de los perfiles alares o aerodinámicos	7
9	Ángulo entre el eje horizontal y la cuerda de un perfil alar	7
10	Esquema de equilibrio entre Fuerza de sustentación y Peso	9
11	Esquema del Turbo-eje Arriel 1D1 de Turbomeca	11
12	Esquema de unión entre el sistema motor y la caja de transmisión principal	13
13	Módulos de separación de la caja de transmisión principal	13
14	Elementos del sistema principal de transmisión	14
15	Engranajes del sistema Planetario	14
16	Esquema de unión entre el sistema motor y la caja de transmisión de cola	15
17	Elementos del sistema de transmisión de Cola	15
18	Dimensiones de los engranajes Cilíndricos	16
19	Dimensiones de los Engranajes Cónicos	17

20	Elementos del sistema Epicicloidal o Planetario	20
21	Sistema reductor mediante árboles de transmisión y engranajes	21
22	Rodamiento rígido de bolas y de rodillos cónicos	23
23	Fuerza resultante en contacto entre dientes de los engranajes	24
24	Factor J de AGMA para engranajes cilíndricos	30
25	Factor J de AGMA para engranajes cónicos	31
26	Factor dinámico (K_v)	34
27	Factor de resistencia a flexión (S_t)	35
28	Factor de duración (K_I)	36
29	Factor geométrico (I) para engranajes Cilíndricos	39
30	Factor geométrico (I) para engranajes cónicos	39
31	Factor de resistencia superficial (S_c)	40
32	Factor de duración (C_I)	41
33	Ciclo de carga alternativo en flexión y constante en la torsión	44
34	Factor de acabado superficial del eje o árbol (K_a)	45
35	Factor sobre el tipo de esfuerzo sometido al eje o árbol (K_c)	46
36	Línea de Söderberg y de carga	48

Índice tablas

Tabla	Descripción	Página
1	Cálculo de las dimensiones de los engranajes cónicos	18
2	Relaciones de transmisión en Engranajes planetarios	19
3	Composición química y Propiedades mecánicas del acero AISI 4140	26
4	Composición química de la aleación de aluminio A6061-O	27
5	Factor de aplicación (K_a)	32
6	Factor de distribución de carga para engranajes cilíndricos	33
7	Factor de distribución de carga para engranajes cónicos	33
8	Factor de fiabilidad (K_r)	36
9	Coeficiente Elástico según el material del piñón y la corona	38
10	Factor de fiabilidad (K_r)	41
11	Factor de tamaño del eje o árbol (K_b)	45
12	Factor de temperatura (K_d)	46
13	Factor de Confiabilidad (K_e)	47
14	Dimensiones de engranajes cónicos en la transmisión principal	50
15	Dimensiones de los engranajes en el sistema Planetario	50
16	Dimensiones de engranajes cónicos en la transmisión de cola	50
17	Dimensiones de los árboles en la transmisión principal	51
18	Dimensiones de los árboles en la transmisión de cola	51

Glosario

Aerodinámica, Sustentación y resistencia

<u>Símbolo</u>	<u>Definición</u>	<u>Unidades</u>
Fl	Fuerza de sustentación	[N]
Cl	Coeficiente de sustentación	-
ρ	Densidad	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$
A	Área	$[\text{m}^2]$
v	Velocidad lineal	$[\text{m/s}]$
Fd	Fuerza de resistencia	[N]
Cd	Coeficiente de resistencia	-
w	Velocidad de giro	$[\text{rad/s}]$
R	Radio	[m]
P	Presión	[Pa]
R'	Constante gases ideales	$\left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right]$
T	Temperatura	$[^\circ\text{K}]$
α	Ángulo de ataque	$[^\circ]$
c	cuerda	[m]
Mr	Par resistente	$[\text{N} \cdot \text{m}]$
Pm	Potencia	[W]
Pc	Potencia consumida	[W]

Transmisión-Engranajes

Símbolo	Definición	Unidades
P_m	Potencia	[W]
M_t	Par motor	[N*m]
w	Velocidad de giro	[rad/s]
D_p	Diámetro primitivo	[mm]
p	Paso circular	[mm]
Z	Número de dientes	-
m	módulo	[mm]
Z_{corona}	Nº dientes en el engranaje corona	-
Z_{sol}	Nº dientes en el engranaje Sol	-
Z_{planeta}	Nº dientes en el engranaje planeta	-
N_p	Nº de engranajes planeta	-
w_{pp}	Velocidad de giro del porta-planetas	[rad/s]
w_{corona}	Velocidad de giro del engranaje corona	[rad/s]
w_{sol}	Velocidad de giro del engranaje sol	[rad/s]
F_t	Fuerza tangencial	[N]
F_r	Fuerza radial	[N]
F_a	Fuerza axial	[N]

α	Ángulo de presión en dientes	[°]
β	Ángulo de los dientes	[°]
Φ	Ángulo primitivo del cono	[°]
b	Longitud del diente	[mm]
Y	Factor de Lewis	-
s	Espesor base del diente	[mm]
h	Altura del diente	[mm]
$F_{t,máx}$	Fuerza tangencial máxima	[N]
C_s	Factor efectos dinámicos	-
r	Radio	[m]
J	Factor AGMA	-
K_a	Factor de aplicación	-
K_m	Factor distribución de carga	-
K_s	Factor de tamaño	-
K_v	Factor dinámico	-
S_t	Factor resistencia a flexión	[MPa]
K_I	Factor de duración	-
K_t	Factor de temperatura	-
K_r	Factor de fiabilidad	-
F_S	Factor de seguridad	-
C_p	Coeficiente elástico	[MPa ^{0.5}]
C_f	Factor de estado o condición	-

I	Factor geométrico	-
Ca	Factor de aplicación	-
Cm	Factor de distribución de carga	-
Cs	Factor de tamaño	-
Cv	Factor dinámico	-
Sc	Factor de resistencia superficial	[Mpa]
Cl	Factor de duración	-
Ch	Factor de dureza	-
Ct	Factor de temperatura	-
Cr	Factor de fiabilidad	-

Transmisión-Ejes y árboles de transmisión

Símbolo	Definición	Unidades
Mf	Momento flector	[N*m]
I	Momento de inercia	[kg * m ²]
y.máx	Distancia máxima al centro	[m]
Mt	Momento de torsión	[N*m]
Ip	Momento de inercia polar	[kg * m ²]
Ka	Factor de acabado superficial	-
Kb	Factor de tamaño	-
Kc	Factor de tipo de esfuerzo	-
Kd	Factor de temperatura	-

Ke	Factor de confiabilidad	-
Kf	Factor de entalla	-

Materiales- Composición y tensiones

Símbolo	Definición	Unidades
C	Carbono	[%]
Mn	Manganeso	[%]
Si	Silicio	[%]
P	Fósforo	[%]
S	Azufre	[%]
Cr	Cromo	[%]
Mo	Molibdeno	[%]
Fe	Hierro	[%]
Mg	Magnesio	[%]
Zi	Zinc	[%]
Ti	Titanio	[%]
Cu	Cobre	[%]
Al	Aluminio	[%]
σ_R	Resistencia a tracción	[Mpa]
σ_F	Limite de fluencia	[Mpa]
HB	Dureza Brinell	[Mpa]
σ_d	Tensión en el diente	[Mpa]

σ	Tensión por fatiga a flexión	[Mpa]
σ_{adm}	Tensión a fatiga admisible	[Mpa]
σ_c	Tensión por contacto	[Mpa]
$\sigma_{c,adm}$	Tensión de contacto admisible	[Mpa]
$\sigma_{flex,m\acute{a}x}$	Tensión a flexión máxima	[Mpa]
$\tau_{m\acute{a}x}$	Tensión a torsión máxima	[Mpa]
σ_a	Tensión alternante	[Mpa]
σ_m	Tensión media	[Mpa]
σ_{eq}	Tensión equivalente	[Mpa]
$\sigma_{a,eq}$	Tensión alternante equivalente	[Mpa]
$\sigma_{m,eq}$	Tensión media equivalente	[Mpa]
σ_f	Tensión de resistencia	[Mpa]
σ_f'	Tensión de resistencia teórica	[Mpa]
σ_m^s	Tensión de soderberg media	[Mpa]

1. Introducción

1.1. Motivación

El motivo por el cual se eligió y realizó este proyecto fue el interés por los sistemas de transmisión que se utilizan diariamente en los automóviles o motocicletas. Para poder entender más sobre estos tipos de sistemas se eligió un medio de transporte menos común, como es el Helicóptero.

1.2. Requerimientos previos

Para el diseño de engranajes y ejes que formaran parte de la transmisión del helicóptero, han sido necesarios una serie de conocimientos previos que se expondrán a continuación:

- Teoría de maquinas y mecanismos, para la relación de transmisión del movimiento.
- Teoría de diseño de maquinas, para el cálculo de fuerzas generadas en los distintos tipos de engranajes y el diseño de ejes.
- Conocimientos de CAD para el diseño de engranajes y ejes y su posterior montaje en forma virtual.
- Conocimientos básicos de aeronáutica (sustentación y resistencia)

1.3. Objetivos del trabajo

El objetivo general del proyecto es el estudio y dimensionado de engranajes y ejes para un sistema de transmisión de helicóptero. Para lograrlo se deberán cumplir una serie de objetivos específicos que permitirán una mayor comprensión sobre los helicópteros, su sistema de transmisión y sobre los engranajes y ejes que formaran parte:

1. Cerca de información sobre los distintos tipos de helicópteros que existen y su funcionamiento.
2. Elección del tipo de helicóptero para el cual se quiere diseñar la transmisión, establecer características básicas (Eje: Masa, Motor, etc.) y familiarizarse con el tipo de transmisión que se utiliza (tipos de engranajes y ejes).



3. Estudio del funcionamiento y formas de diseño de los engranajes y ejes que formaran parte del sistema de transmisión.
4. Cálculo de las dimensiones mínimas necesarias de engranajes y ejes para transmitir la potencia requerida por los rotores.
5. Diseño mediante CAD de los engranajes anteriormente calculados y montaje del sistema de transmisión de forma virtual.

1.4. Alcance del trabajo

El abasto de este proyecto es establecer el dimensionado de ejes y engranajes que puedan pertenecer a un sistema de transmisión de helicóptero, transmitiendo la potencia necesaria y resistir las fuerzas que se transmiten en el proceso. La memoria dispondrá de la documentación necesaria para su posterior cálculo y diseño.

2. Estado del arte

Los helicópteros son un tipo de aeronave clasificados como aeronaves de alas giratorias. Al contrario de aeronaves de ala fija, estos crean sustentación con alas que giran alrededor de un eje vertical. La principal ventaja viene dada por el rotor que proporciona sustentación sin la necesidad de que el vehículo se desplace, permite despegue y aterrizaje sin necesidad de pista. Los principales usos de los helicópteros incluyen **transporte, construcción, lucha contra el fuego, búsqueda y rescate, militar y vigilancia.**

Según la configuración del rotor y por lo tanto el diseño de la transmisión, encontramos los helicópteros de un único rotor principal o de dos rotores gemelos.

2.1. Rotor principal individual

Un único rotor, de 2 palas o más, crea la sustentación. La desventaja de este tipo de configuración es la necesidad de contrarrestar el par motor generado por el rotor. Es por ello que se incorpora un rotor de cola.

Palas al aire



Figura 1. Palas al aire del rotor de cola

Encapsulado (Fenestron)



Figura 2. Palas del rotor de cola tipo Fenestron

· Sistema NOTAR (No Tail Rotor)

Es un sistema para compensar el efecto del par motor generado por el rotor principal del helicóptero. Mediante la expulsión de un chorro de aire a través de la cola se genera una fuerza capaz de contrarrestar el movimiento giratorio del fuselaje.

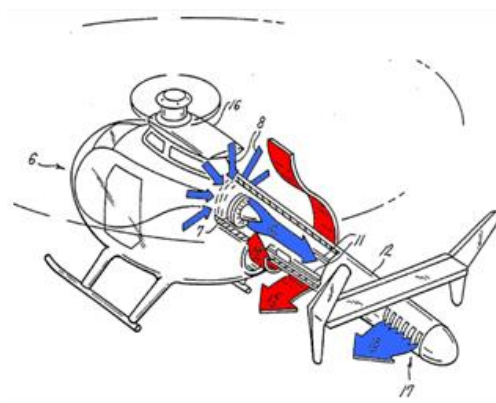


Figura 3. Esquema de funcionamiento del sistema NOTAR

2.2. Dos rotores gemelos (contra rotatorios)

Este tipo de sistema permite eliminar el rotor de cola y que toda la potencia generada por el motor se utilice para generar sustentación. Los dos rotores giran en sentido contrario, contrarrestando el par que genera el otro. Por lo contrario, el sistema de transmisión es mucho más complejo.

Rotores en Tándem



Figura 4. Helicóptero con los rotores dispuestos en Tándem

Rotores Coaxiales



Figura 5. Helicóptero con los rotores dispuestos de forma coaxial

Rotores Entrecruzados



Figura 6. Helicóptero con los rotores entrecruzados

Rotores Transversales



Figura 7. Helicóptero con los rotores dispuestos de manera transversal

2.3. Funcionamiento

Los helicópteros tienen la capacidad de elevarse en el aire mediante la creación de fuerzas de sustentación. La sustentación es la fuerza generada por un cuerpo al desplazarse a través de un fluido y en dirección perpendicular a la de la corriente. Las palas de los rotores, tanto el principal como el de cola, son lo que llamamos perfiles alares o aerodinámicos.

Girando a velocidad constante y variando el ángulo de ataque de las palas, se crean diferencias de presión entre la zona superior e inferior. Esta variación de presión entre las dos partes crea una fuerza debajo de la pala y que llamamos sustentación.

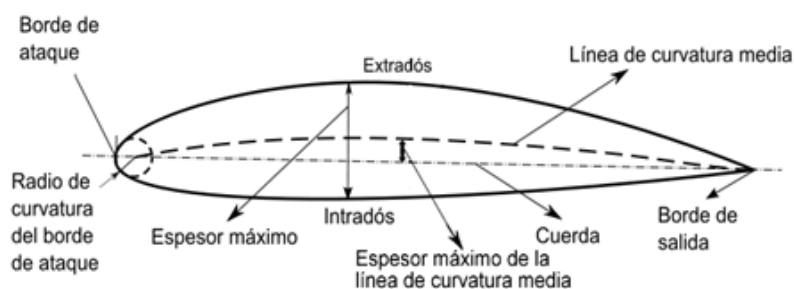


Figura 8. Dimensiones de los perfiles alares o aerodinámicos

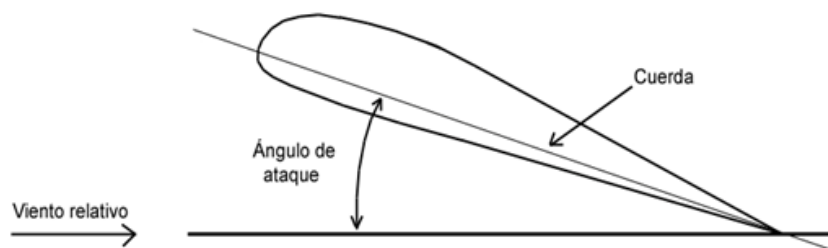


Figura 9. Ángulo entre el eje horizontal y la cuerda de un perfil alar

Los distintos perfiles alares o aerodinámicos se pueden clasificar.

Según la forma:

- Simétricos
- Asimétricos (con curvatura)

Según sus características:

- De flujo laminar (Par maximizar el porcentaje de flujo laminar en la capa límite).
- De alta sustentación (Perfiles con coeficientes de sustentación altos).
- Auto estables (Diseñados para generar un momento angular casi neutro).
- Supercríticos (Para disminuir al mínimo la amplitud de ondas de choque).
- STOL (Para aterrizajes y despegues cortos).

Según el rango de velocidades de operación:

- Subsónicos
- Transónicos
- Supersónicos

Al mismo tiempo que se crea la sustentación otras fuerzas aparecen, como es la fuerza de resistencia aerodinámica. Esta fuerza la sufre el cuerpo al moverse a través del aire y siempre en sentido opuesto al de la velocidad. Es la fuerza que se opone al avance.

La fuerza de sustentación como de resistencia dependen de distintos factores:

- Densidad del fluido (Aire).
- Área del perfil
- Coeficiente de Sustentación o Resistencia
- Velocidad

$$F_l = C_l * \frac{1}{2} * \rho * A * v^2 \quad y \quad F_d = C_d * \frac{1}{2} * \rho * A * v^2 \quad (\text{Ec. 2.3.1 y Ec. 2.3.2})$$

Como podemos ver en las ecuaciones de sustentación y resistencia ambas dependen fuertemente de la velocidad (v^2). Aunque la velocidad de giro de las palas es constante, la velocidad lineal de la punta de la pala es mayor que la velocidad lineal en el centro.

$$v = w * R$$

(Ec. 2.3.3)

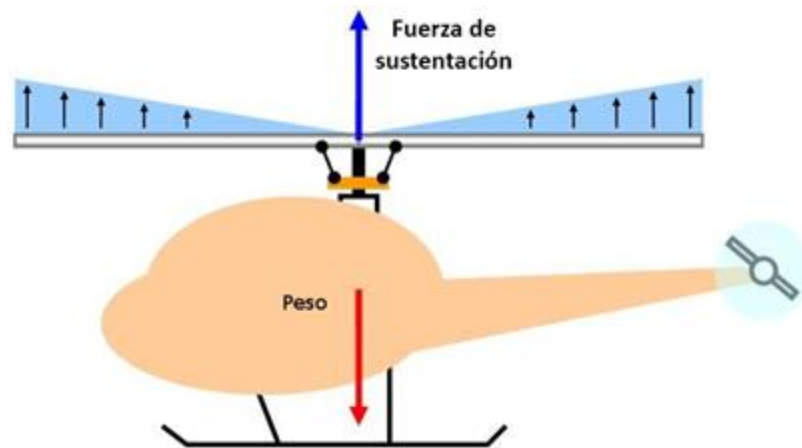


Figura 10. Esquema de equilibrio entre Fuerza de sustentación y Peso

La fuerza de sustentación y resistencia son mayores en cuanto nos alejamos del centro, el radio es mayor y como consecuencia la velocidad lineal también.

El objetivo principal para hacer volar un helicóptero es conseguir una fuerza de sustentación superior al peso del vehículo. Al mismo tiempo se debe aportar una fuerza que permita igualar la fuerza de Resistencia creada por las palas a través del aire.

La fuerza de resistencia ejerce sobre el eje del rotor principal un par resistente. Este par debe ser contrarrestado por un Par motor generado por el motor/turbina y transportado por un sistema de transmisión hacia el rotor principal.

En el rotor de cola el método es exactamente igual, pero la fuerza generada por sustentación se utiliza para contrarrestar el par motor generado en el rotor principal.

3. Sistema de Transmisión Mecánica de Potencia

Una transmisión mecánica es un mecanismo donde dos o más elementos transmiten potencia dentro de una máquina. Mayoritariamente los elementos utilizados son aquellos que permiten la transmisión de energía por rotación (Engranajes, Coreas y Ejes), ya que ocupan menos espacio que aquellos que la transmiten por traslación.

Estos sistemas tienen como finalidad variar las características que transmite un eje de entrada, que suele estar conectado a una fuente de alimentación (Motor). Podemos encontrar tanto sistemas reductores como multiplicadores de una o más etapas. Generalmente las transmisiones reducen una rotación inadecuada, de alta velocidad y bajo par, que entrega el eje de entrada para que a la salida sea más baja y el par mayor.

3.1. La Transmisión del helicóptero

La función principal de la transmisión en un helicóptero es la reducción de la velocidad de rotación, que proporciona el sistema motor, y transmitir la fuerza necesaria a los rotores para vencer las fuerzas de resistencia.

Se pueden utilizar motores de combustión interna, como los del automóvil, para aquellos helicópteros pequeños con poca capacidad de carga. Todos los demás helicópteros de mayores dimensiones son impulsados por uno o dos turbo ejes (Turbina).

En este trabajo se estudiara el sistema de transmisión de un helicóptero impulsado por una única turbina, con un único rotor principal y el rotor de cola. Es por eso que podemos dividir el sistema de transmisión en 3 partes: el sistema motor, la transmisión principal y la transmisión de cola.

3.2. El sistema motor

El sistema motor como en cualquier vehículo es el que genera, a partir de la quema de combustible, el movimiento rotatorio que permite hacer girar las ruedas de un automóvil, motocicleta o los rotores de un helicóptero.

El sistema motor escogido para llevar a cabo el dimensionado de nuestra transmisión es una turbina, la Arriel 1D1 del fabricante Turbomeca. Se trata de un sistema motor para helicópteros ligeros cuyo eje de salida es capaz de transmitir 466kW de potencia a 6000 rpm. Estos tipos de turbina tienen la característica de poder transmitir, mediante un mismo eje de salida, tanto a la transmisión principal como la de cola.

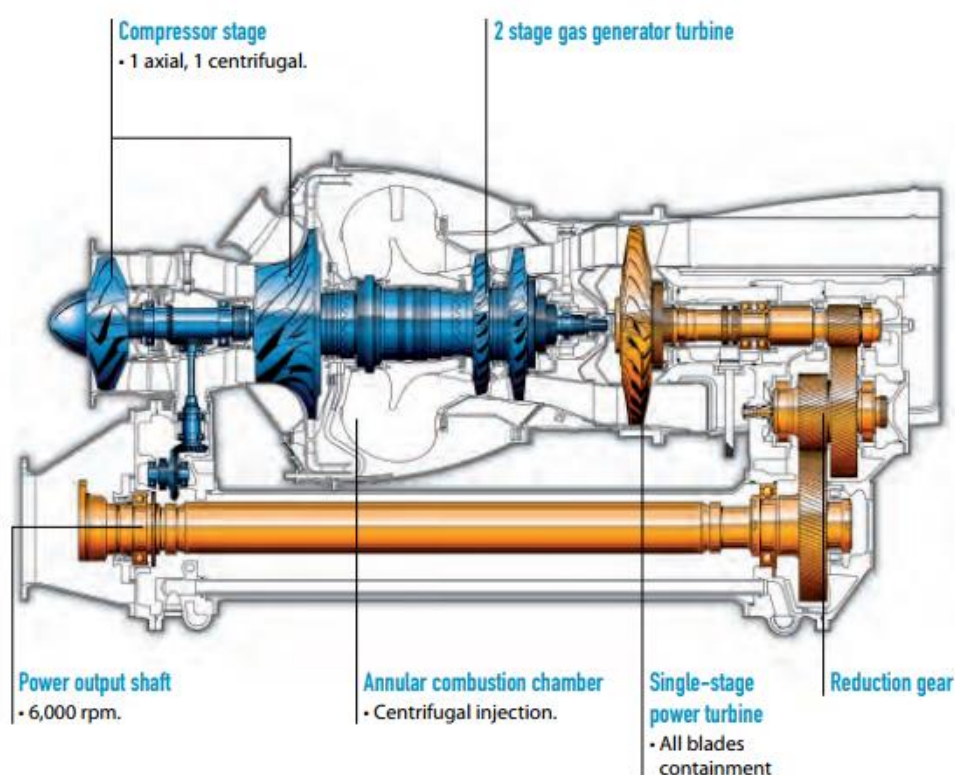


Figura 11. Esquema del Turbo-eje Arriel 1D1 de Turbomeca

Tanto el eje de entrada de la transmisión principal como el de cola, siempre se encuentran conectados al eje de salida de la turbina. Se puede bloquear o dejar de forma libre, pero los dos rotores siempre girarán al mismo tiempo.

El eje de salida de la turbina siempre gira a la misma velocidad, 6000 rpm, manteniendo también constante la velocidad de los rotores. El único valor a variar es la fuerza que transmite el eje según la potencia que se genera en la turbina.

Cuando se quiere obtener mayor sustentación las palas aerodinámicas aumentan su ángulo de ataque, provocando a la vez un aumento de la fuerza de resistencia y par resistente. Es entonces que para mantener la velocidad del rotor constante es necesario aumentar el gas en la turbina, entregando una mayor potencia y fuerza al eje de salida.

$$\mathbf{P_m = M_t * w} \qquad \qquad \qquad \mathbf{(Ec. 3.2.1)}$$

3.3. Transmisión Principal

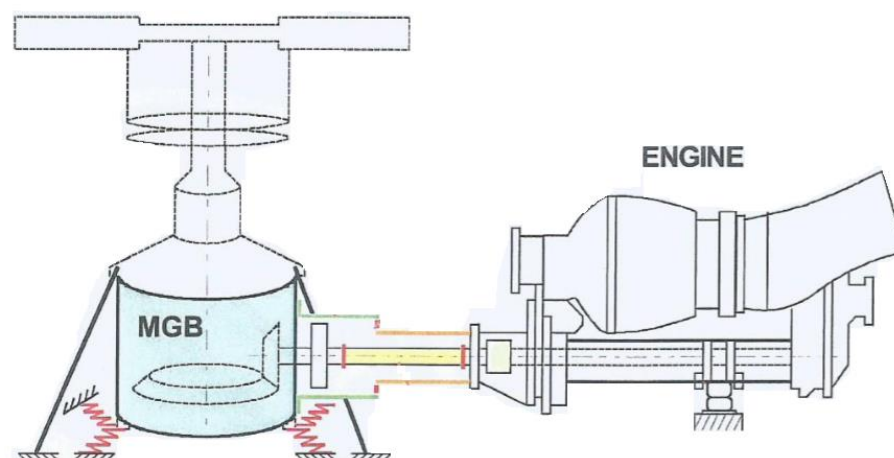


Figura 12. Esquema de unión entre el sistema motor y la caja de transmisión principal

La caja de transmisión principal (MGB), es la encargada de contener los elementos que deben transmitir la fuerza de la turbina (ENGINE) hasta el rotor principal. La caja de transmisión soporta la caja donde va instalado el eje del rotor. El eje transmite de forma cíclica y periódica cargas verticales y horizontales sobre la caja de transmisión. Si la caja de transmisión estuviera montada de manera rígida en el helicóptero, las vibraciones serían transmitidas al fuselaje. Es por lo que se utilizan barras flexibles y suspensiones para absorber y disminuir la mayoría de estas.

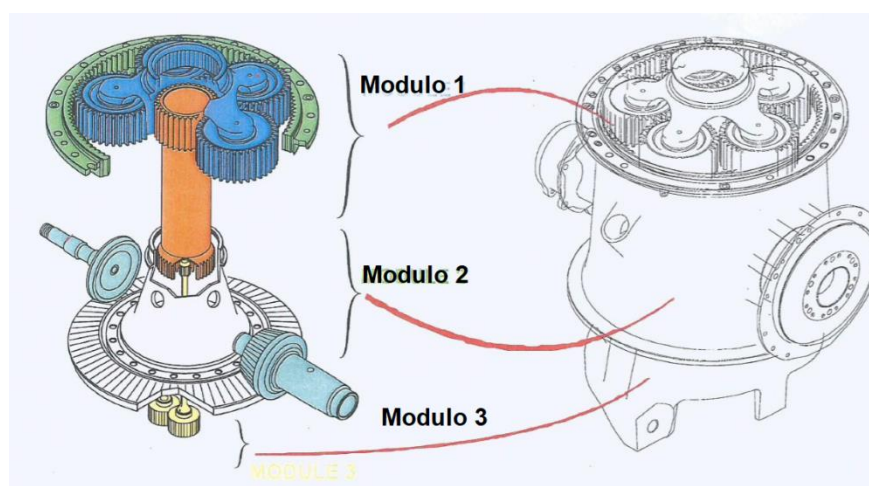


Figura 13.. Módulos de separación de la caja de transmisión principal

La caja de transmisión se suele dividir en distintos módulos para facilitar el montaje y desmontaje de los elementos cuando se llevan a cabo acciones de mantenimiento.

El trabajo de reducción que se debe realizar, para conseguir la velocidad en el eje del rotor, suele ser llevado a cabo en 2 etapas:

La primera etapa se realiza mediante un par de engranajes cónicos. El piñón de ataque (input pinion) transmite directamente el movimiento y la fuerza que cede el eje de salida de la turbina con orientación horizontal. El anillo conectado al piñón (ring gear), el cual posee un diámetro mucho mayor, tendrá un movimiento de rotación con orientación vertical y a una velocidad inferior.

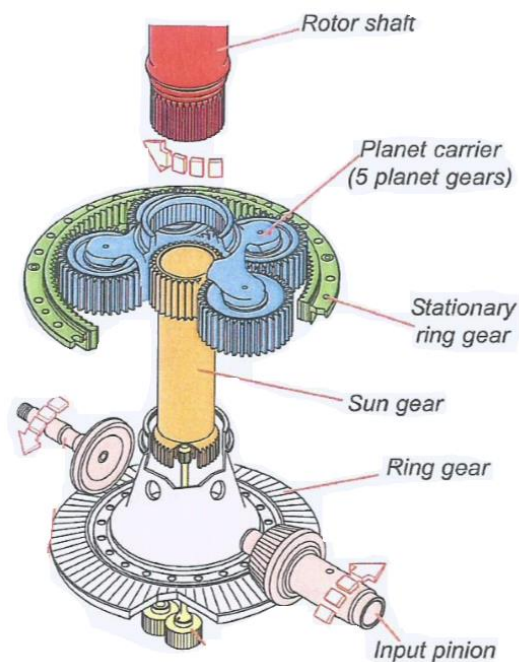


Figura 14. Elementos del sistema principal de transmisión

La segunda y última etapa de la reducción se lleva a cabo mediante un sistema de engranajes. El conjunto se llama sistema Epicicloidal o Planetario. El engranaje Sol (Sun Gear) conduce los engranajes planeta (Planet Gears), los cuales se encuentran en rotación en el anillo estacionario (Stationary Ring Gear) y conducen el porta-planetas (Planet Carrier) transmitiendo el movimiento de rotación al eje del rotor o mástil.

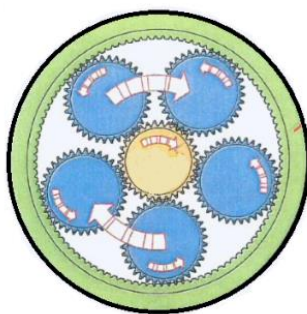


Figura 15. Engranajes del sistema Planetario

3.4. Transmisión de Cola

La caja de transmisión del rotor de cola siempre se encuentra al final de la cola del helicóptero. Para poder hacer llegar el movimiento de rotación que genera la turbina se utilizan varios árboles de transmisión. Estos suelen ser de un material mucho más ligero y mecanizados en forma tubular para obtener un menor peso.

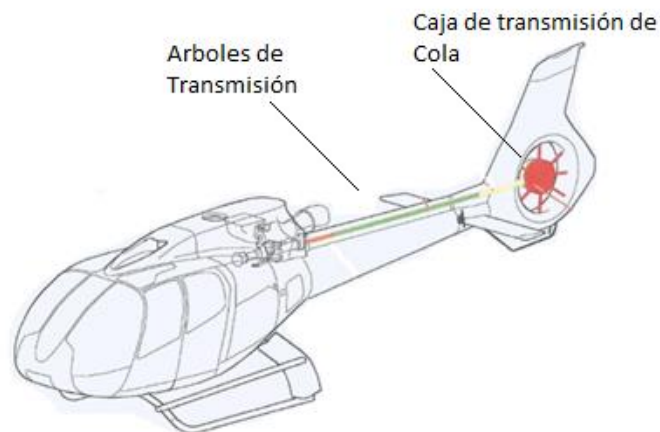


Figura 16. Esquema de unión entre el sistema motor y la caja de transmisión de cola

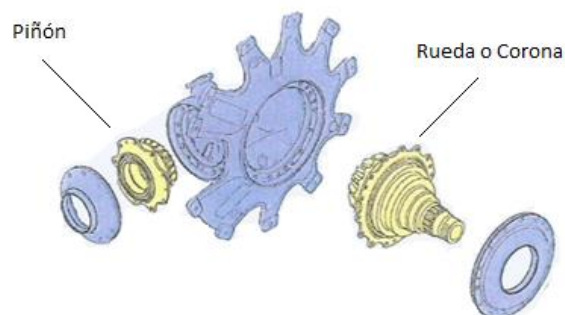


Figura 17. Elementos del sistema de transmisión de Cola

Si comparamos la velocidad final entre los dos rotores, el de cola siempre se encuentra a una velocidad muy superior al del rotor principal. Dado que las palas son mucho más pequeñas, se necesita una alta velocidad para generar las fuerzas.

La reducción es por eso mucho inferior que en la transmisión principal. Tan solo son necesarios dos engranajes cónicos para llevarse a cabo y cambiar la orientación de la rotación.

4. Elementos de la Transmisión

4.1. Engranajes

Los engranajes son elementos mecánicos que se utilizan para transmitir potencia mecánica de un componente a otro. Se encuentran formados por dos ruedas dentadas, la menor es el piñón y la mayor la corona. Encajan entre sí, de manera que una rueda (motriz) arrastra a la otra (conducida). Mediante el contacto de las ruedas dentadas un engranaje permite transmitir movimiento circular. Es un sistema muy robusto que permite transmitir una gran potencia entre ejes próximos.

Las dimensiones básicas para un engranaje de cualquier tipo son: Módulo, Diámetro Primitivo y número de dientes

La condición necesaria para que dos ruedas dentadas puedan formar un engranaje, es que el Paso Circular (**p**) de ambas coincida.

$$\pi * D_p = p * Z \rightarrow D_p = \frac{p}{\pi} * Z \quad (\text{Ec. 4.1.1})$$

Podemos expresar el Paso Circular como Módulo (**m**)

$$\frac{p}{\pi} = m \rightarrow D_p = m * Z \quad (\text{Ec. 4.1.2})$$

D_p = Diámetro Primitivo y **Z**= número de dientes

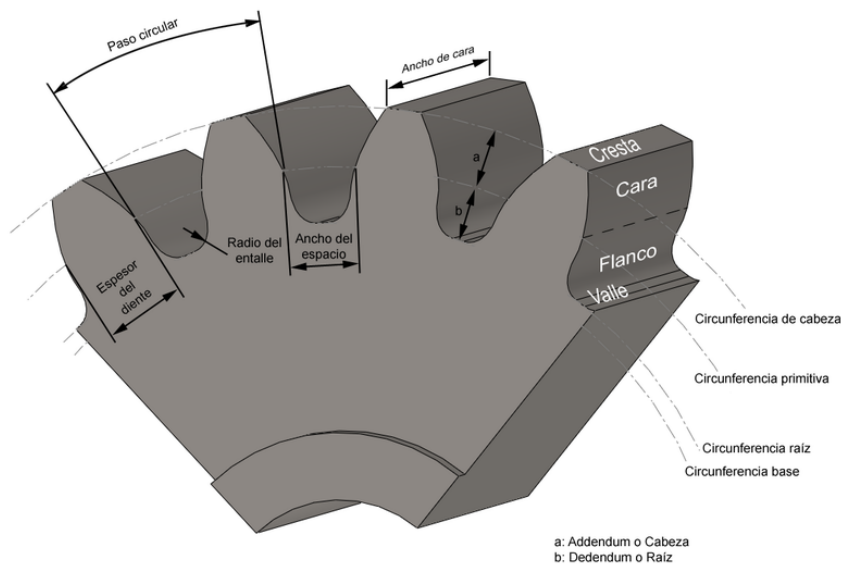


Figura 18. Dimensiones de los engranajes Cilíndricos

4.2. Engranajes Cónicos

Este tipo de engranajes tienen forma de cono y permiten el movimiento entre ejes que se cruzan en el espacio. Normalmente se utilizan para cambiar el movimiento entre ejes que forman un ángulo de 90 grados, pero también pueden ser ángulos de 60, 45, etc.

Permiten un cambio de orientación y hacer reducciones de velocidad, siendo el engranaje motriz (piñón) más pequeño que el engranaje conducido (rueda o corona).

El tallado y dimensiones de los engranajes cónicos pueden variar según la maquinaria utilizada. Dependiendo el taller de mecanizado algunos cálculos en las dimensiones pueden variar.

Podemos encontrar distintos tipos:

- **Engranajes cónicos de dientes rectos:** Los dientes, tanto en el piñón como en la rueda, convergen en el punto donde se cruzarían los ejes. Actualmente su utilización no es muy práctica.
- **Engranajes cónicos de dientes helicoidales:** A diferencia de los de dientes rectos, este tipo de engranajes permiten una mayor superficie de contacto y de forma progresiva. Su funcionamiento es mucho más silencioso y permiten transmitir mayor cantidad de potencia y más velocidad. Como consecuencia de los dientes helicoidales se crean fuerzas axiales que actúan sobre el eje en que se encuentran montados
- **Engranajes cónicos hipoides:** Con las mismas características, ventajas y desventajas que los cónicos de dientes helicoidales, estos engranajes tienen su eje descentrado.

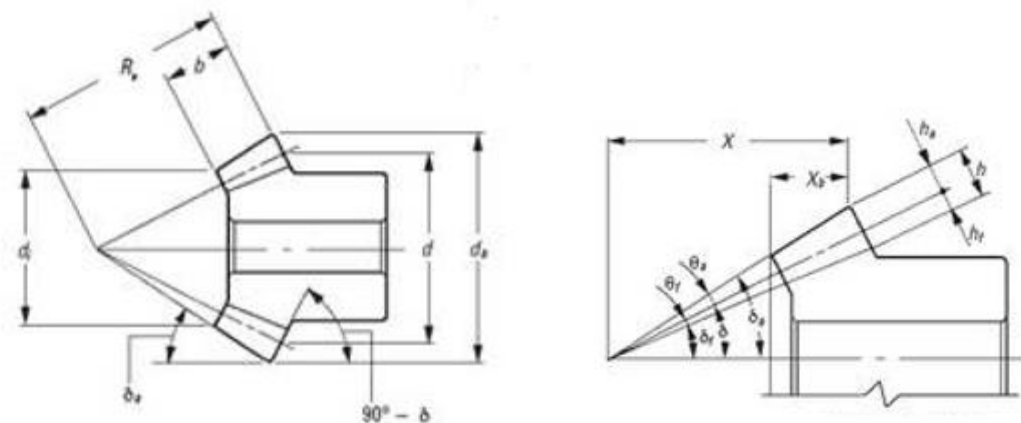


Figura 19. Dimensiones de los Engranajes Cónicos

Num	Elemento	Simbolo	Formula
1	Angulo ente ejes	Σ	
2	Modulo	m	
3	Angulo de presion	α	
4	Numero de dientes	Z1,Z2	
5	Diametro Primitivo	d	$z*m$
6	Angulo de los conos primitivos	δ_1	$\text{atan}(\sin(\Sigma) / (Z2/Z1 + \cos(\Sigma)))$
		δ_2	$\delta_2 = \Sigma - \delta_1$
7	Distancia cono	Re	$d2/(2*\sin(\delta_2))$
8	Longitud Cara	b	menor de Re/3
9	Adendum	ha	$1.00 * m$
10	Dedendum	hf	$1.25 * m$
11	Angulo dedendum	θ_f	$\text{atan}(hf/Re)$
12	Angulo adendum	θ_a	$\text{atan}(ha/Re)$
13	Angulo del cono externo	δ_a	$\delta + \theta_a$
14	Angulo del cono raiz	δ_f	$\delta - \theta_f$
15	Diametro exterior	da	$d + 2*ha*\cos(\delta)$
16	Distancia vertice a corona	X	$Re*\cos(\delta) - ha*\sin(\delta)$
17	Distancia x de la cara	Xb	$b*\cos(\delta_a) / \cos(\theta_a)$
18	Diametro interno exterior	di	$da - (2*b*\sin(\delta_a) / \cos(\theta_a))$

Tabla 1. Cálculo de las dimensiones de los engranajes cónicos

4.3. Engranaje Epicicloidal o Planetario

Es un sistema de engranajes formado por uno o más engranajes llamados Planeta, que se encuentran en rotación alrededor de otro engranaje central llamado Sol. Los planetas van montados sobre un elemento móvil que nombramos Porta-Planetas y que le permite rotar en relación al engranaje central. A demás suele haber un engranaje externo o Corona que mantiene todo el conjunto y que engrana con los Planetas.

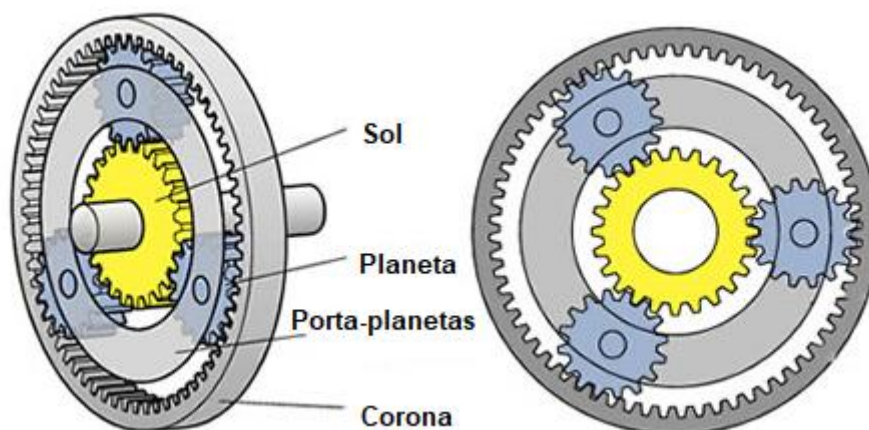


Figura 20. Elementos del sistema Epicicloidal o Planetario

Los elementos principales serian el Sol, la Corona y el Porta-Planetas.

El sistema planetario tiene la capacidad de establecer 3 distintas formas de relación entre la entrada y la salida. Uno de los tres elementos principales suele permanecer de forma estacionaria, dejando a los otros dos como entrada o salida de la potencia en el sistema.

CORONA	SOL	PORTA-PLANETAS	RELACIÓN DE TRANSMISIÓN
Fija	Entrada	Salida	Gran Reducción
Entrada	Fijo	Salida	Pequeña Reducción
Salida	Entrada	Fijo	Inversión de Giro

Tabla 2. Relaciones de transmisión en Engranajes planetarios

Si se cambiara la entrada por la salida en cada caso ya no sería un sistema reductor, sino multiplicador.

Un conjunto en serie de este tipo de sistema planetario permite obtener una mayor o menor relación de cambio entre la entrada y la salida. En algunos automóviles se utiliza cuando se trata de un sistema de cambio automático.

Leyes de los engranajes planetarios

➤ **Primera ley de los engranajes planetarios**

Las dimensiones del engranaje exterior o Corona dependen de las dimensiones escogidas en los engranajes Sol y Planeta. La Corona debe contener a todos los engranajes y engranar con los Planetas.

$$Z_{corona} = Z_{sol} + 2 * Z_{planeta} \quad (\text{Ec. 4.3.1})$$

El cálculo mediante los diámetros sería igual, dado que el módulo tiene que ser el mismo para que puedan engranar.

➤ **Segunda ley de los engranajes planetarios**

Para que los engranes Planeta engranen de manera simultánea se debe verificar la segunda ley.

$$\frac{Z_{sol} + Z_{corona}}{N_p} = n \rightarrow \forall n \in \mathbb{N}^+ \quad (\text{Ec. 4.3.2})$$

Siendo ' N_p ' el número de engranajes Planeta que engranan con el Sol y la Corona, ' n ' debe ser un número entero y positivo.

Para nuestro sistema de transmisión el sistema planetario debe proporcionar una reducción máxima. Manteniendo fija la Corona, el Sol siendo la entrada de potencia y el Porta-Planetas la salida.

La velocidad de giro de cada engranaje con su correspondiente número de dientes se relaciona de la siguiente manera:

$$(Z_{corona} + Z_{sol}) * w_{pp} = Z_{corona} * w_{corona} + Z_{sol} * w_{sol} \quad (\text{Ec. 4.3.3})$$

Como la velocidad de la corona es cero dado que se mantiene fija, podemos aislar la velocidad del Porta-planetas y dejarla en función de la velocidad del Sol y el número de dientes de la Corona y el Sol.

$$w_{pp} = w_{sol} * \frac{Z_{sol}}{Z_{corona} + Z_{sol}} \quad (\text{Ec. 4.3.4})$$

4.4. Árbol y eje de transmisión

Los ejes o árboles de transmisión son elementos axisimétricos diseñados generalmente de sección transversal circular. Utilizados para sostener piezas que giran en torno a ellos o solidariamente. Son muy utilizados en gran diversidad de maquinas gracias a su simplicidad y son parte importante en las transmisiones mecánicas.

Los ejes no transmiten potencia y solo están sometidos a esfuerzos de flexión. Cuando el eje es inmóvil y los órganos que soporta giran sobre él, se denomina fijo. En cambio si se mueve girando al mismo tiempo, se llama giratorio.

Los árboles, por otro lado, siempre giran con los elementos que soportan mediante la fijación por chaveta, ranura estriada o uniones forzadas. Son elementos que giran soportando pares de torsión y transmitiendo potencia.

Un árbol de transmisión se encuentra sometido a esfuerzos de torsión dado que transmite un esfuerzo motor (Par motor o par de fuerzas). Al mismo tiempo puede estar sometido a otros tipos de solicitaciones dado que se le pueden unir elementos como engranajes, levas, etc.

La mayoría de automóviles utilizan árboles de transmisión para transmitir la fuerza desde la transmisión a las ruedas motrices. En motocicletas se han llevado a substituir el sistema de cadena o correa por ejes de transmisión. Los ejes son mucho más resistentes y con una vida de mayor duración.

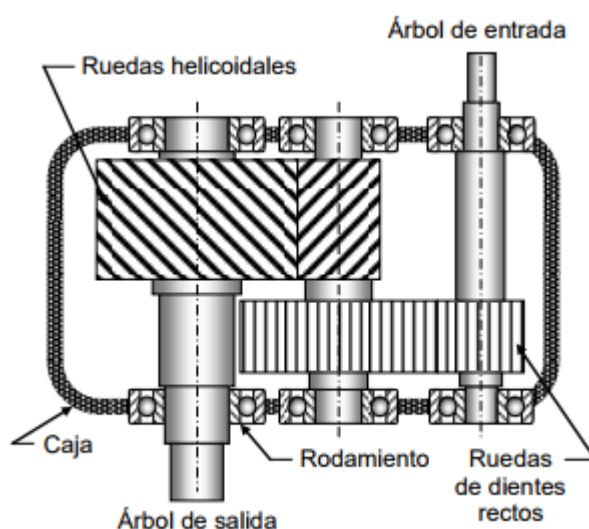


Figura 21. Sistema reductor mediante árboles de transmisión y engranajes

4.5. Elementos de apoyo

Los elementos de una máquina, como los árboles de transmisión, que tienen movimiento de rotación deben apoyarse en superficies para poder girar. Para evitar la pérdida de energía como consecuencia de la fricción que habría entre una y la otra, se intercala entre ellos los elementos de fricción.

Los rodamientos son elementos de fricción compuestos por dos cilindros concéntricos, uno se encuentra fijo al soporte mientras que el otro se encuentra fijo al eje o árbol. Entre los dos cilindros se monta una corona de bolas o rodillos, permitiendo que puedan girar entre ellos.

Como elementos de apoyo de los árboles o ejes, son capaces de soportar esfuerzos radiales y axiales. Existen diferentes tipos de rodamientos, los cuales cada uno tiene sus ventajas y desventajas a la hora de soportar los distintos esfuerzos que se puedan ejercer y mantener el equilibrio.

- **Rodamientos Rígidos de Bolas:** De sencillo diseño adecuados para altas velocidades y requieren poco mantenimiento.
- **Rodamiento de Bolas a Rotula:** Contienen dos hileras de bolas con un camino de rodadura esférico en el aro exterior. Permite desviaciones angulares del eje respecto el soporte.
- **Rodamiento de bolas de contacto angular:** Los caminos de rodadura entre los aros exterior e interior se encuentran desplazados entre sí. Útiles para soportar cargas combinadas.
- **Rodamientos de rodillos cilíndricos:** Al igual que los rígidos de bolas solo absorben cargas radiales, pero con una capacidad mucho mayor.
- **Rodamientos de agujas:** Tienen los rodillos finos y largos. Con gran capacidad de carga y especiales para cuando se dispone de un espacio limitado.
- **Rodamientos de Rodillos a Rotula:** Formado por dos hileras de rodillos con un camino de rodadura esférico en el aro exterior. En el aro interior los caminos tienen inclinación respecto el eje. Auto-alienables que pueden soportar tanto cargas radiales como axiales.
- **Rodamientos de Rodillos Cónicos:** El diseño de estos rodamientos les permite soportar cargas combinadas. La capacidad de la carga axial depende del ángulo de contacto, cuanto mayor sea el ángulo, mayor es la capacidad.

- **Rodamientos Axiales a Bolas:** Pueden ser de simple efecto o de doble efecto.

Los de simple efecto son adecuados para absorber cargas axiales y fijar el eje en un solo sentido, y pueden soportar cargas radiales pequeñas. Los de doble efecto son adecuados para absorber cargas axiales y fijar el eje en ambos sentidos. Sin embargo no soportan cargas radiales.

- **Rodamientos axiales de rodillos:** Pueden ser de rodillos cilíndricos o de rodillos cónicos, son adecuados para disposiciones que tengan que soportar grandes cargas axiales. Tienen la capacidad de soportar cargas radiales y de absorber desalineaciones de los ejes.

- **Rodamientos axiales de agujas:** Pueden soportar grandes cargas axiales y requieren de un espacio axial mínimo. Son rodamientos de simple efecto y sólo pueden absorber cargas axiales en un sentido.



Figura 22. Rodamiento rígido de bolas y de rodillos cónicos

5. Fuerzas de contacto

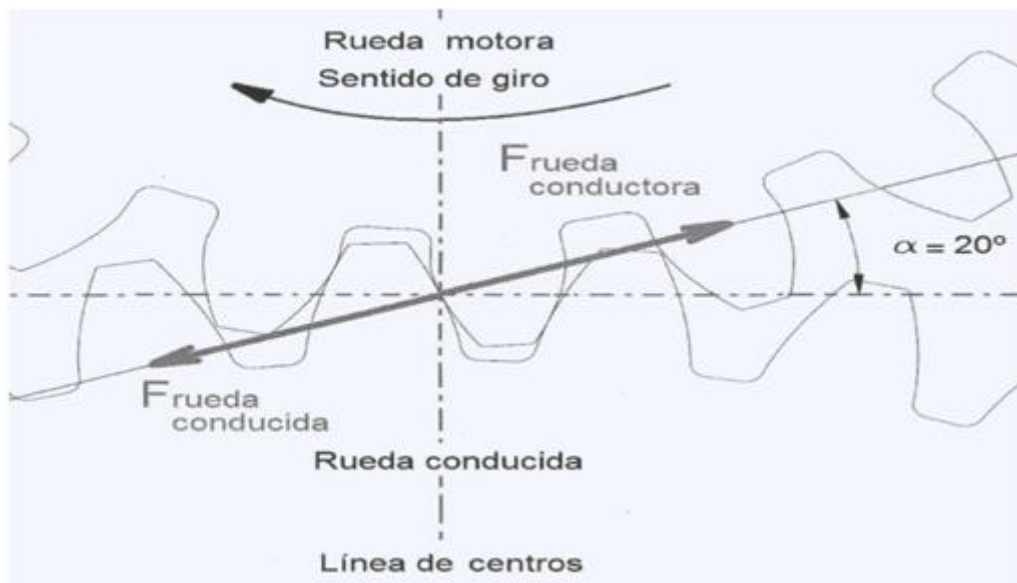


Figura 23. Fuerza resultante en contacto entre dientes de los engranajes

En el momento que una pareja de dientes entran en contacto, aparece una fuerza perpendicular a la superficie del diente. Esta fuerza puede ser descompuesta en dos componentes perpendiculares según el ángulo de presión del diente ($\alpha=20^\circ$), obteniendo así la fuerza Radial (**Fr**) y Tangencial (**Ft**). Estas aparecen siempre en cualquier tipo de engranaje, ya sea circular o cónico con dientes rectos o helicoidales.

Otra fuerza aparece cuando tratamos con engranes cónicos o cuando los dientes son helicoidales. Se trata de una fuerza paralela al eje, la fuerza Axial (**Fa**). Según el ángulo que tengan los dientes, o el cono en el caso de los engranes cónicos, esta fuerza será más grande o pequeña.

Son dependientes exclusivamente de la potencia que se transmite y de las dimensiones del engranaje.

Engranajes Circulares Rectos y Helicoidales

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} \quad (\text{Ec. 5.1})$$

$$F_r = F_t * \text{tg}(\alpha) \quad (\text{Ec. 5.2})$$

$$F_r = F_t * \left(\frac{\text{tg}(\alpha)}{\cos(\beta)} \right) \text{ [Helicoidal]} \quad (\text{Ec. 5.3})$$

$$F_a = F_t * \text{tg}(\beta) \text{ [Helicoidal]} \quad (\text{Ec. 5.4})$$

Engranajes Cónicos Rectos y Helicoidales

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} \quad (\text{Ec. 5.5})$$

$$F_r = F_t * \text{tg}(\alpha) * \cos(\Phi) \quad (\text{Ec. 5.6})$$

$$F_a = F_t * \text{tg}(\alpha) * \sin(\Phi) \quad (\text{Ec. 5.7})$$

$$F_a = F_t * \text{tg}(\beta) \text{ [Helicoidal]} \quad (\text{Ec. 5.8})$$

Todas estas fuerzas que se llegan a generar se deben tener en cuenta a la hora de diseñar no solo los engranajes, sino también los árboles de transmisión o ejes.

Las fuerzas radiales y tangenciales favorecen la aparición de esfuerzos flectores y cortantes que los árboles de transmisión deben de soportar, a parte de los esfuerzos de torsión al transmitir potencia a través de ellos.

6. Materiales

Para la fabricación de engranajes se llegan a emplear materiales con características muy diversas. A parte del acero, pueden estar fabricados tanto de fundición como de aleaciones ligeras.

Cuando los esfuerzos a transmitir son importantes y se exige durabilidad y resistencia elevada se emplean engranajes hechos de acero, sometidos al templado y procesos para aumentar la dureza superficial.

- Aceros
- Aceros de alta resistencia
- Aceros inoxidables forjados
- Aleaciones de aluminio forjadas
- Aleaciones de aluminio fundidas
- Fundición gris
- Aleaciones con base de cobre
- Aleaciones de magnesio

Para evitar fallos por cambios de volumen provocadas por las dilataciones térmicas, se utilizara el mismo acero tanto para engranajes como para árboles de transmisión.

El acero seleccionado para fabricar los engranajes de la transmisión es el **AISI 4140**. Se trata de un acero de alta resistencia de medio carbono y aleado con Cr y Mo. Susceptible al endurecimiento por tratamientos térmicos es utilizado para la fabricación de piezas que requieran alta tenacidad y resistencia.

Usos: Piezas de alta exigencia en vehículos, cigüeñales, árboles, palieres, engranajes de transmisión, etc.

Composición química (%)		Propiedades mecánicas	
			Bonificado
C	0,38 - 0,43	Resistencia a la tracción	95 - 105 kgf/mm ²
Mn	0,75 - 1,00	Límite de fluencia	60 - 74 kgf/mm ²
Si	0,15 - 0,35	Reducción de área	50%
P	0,035 Máx.	Maquinabilidad	-
S	0,040 Máx.	Dureza (HB)	270 - 321
Cr	0,80 - 1,10	Elongación	10 - 18 %
Mo	0,15 - 0,25		

Tabla 3. Composición química y Propiedades mecánicas del acero AISI 4140

Las propiedades mecánicas seleccionadas para llevar a cabo los cálculos de dimensionado serán.

$$\text{Resistencia a la Tracción } (\sigma_R) = 100 \frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} = 980,50 \text{ Mpa}$$

$$\text{Limite de Fluencia } (\sigma_F) = 67 \frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} = 656.5 \text{ Mpa}$$

$$\text{Dureza Brinell (HB)} = 321$$

Otro material el cual se debe seleccionar es con el que se fabricaran los árboles de transmisión de la cola del helicóptero. Estos solo transmiten momentos de torsión por el par de fuerzas que se trasmite desde el eje de la turbina. El material suele ser una aleación de aluminio ligero y los árboles suelen ser tubulares para minimizar el peso. La aleación seleccionada ha sido:

Aleación de aluminio A6061-O

%	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Otros	Al
Min	0.40		0.15		0.80	0.04				
Max	0.80	0.70	0.40	0.15	1.20	0.35	0.25	0.15	0.15	Resto

Tabla 4. Composición química de la aleación de aluminio A6061-O

Esta aleación se encuentra con un tratamiento térmico de recocido, presentando una resistencia a la tracción de 125 Mpa (σ_R) y con un límite elástico de 55 Mpa (σ_R).

7. Normativas de Diseño

Este proyecto tiene como objetivo diseñar una serie de elementos mecánicos que puedan formar el sistema de transmisión de un helicóptero. Esto implica que tanto los engranajes y ejes que se dimensionen deben cumplir los requisitos que se establezcan en ciertas normativas.

Hace falta remarcar que el objetivo del proyecto es establecer el dimensionado de los engranajes para que puedan transmitir a través de ellos la potencia requerida y soportar los esfuerzos que se generen. A continuación se presentan las normativas a seguir y cumplir.

Normativa para el diseño de engranajes:

- **ANSI/AGMA 2001: Capacidad de carga de Engranajes Cilíndricos/Cónicos.**

Esta normativa perteneciente a AGMA (American Gear Manufacturers Association), establece tanto Formulas, Tablas, Gráficos y Factores de seguridad en un orden concreto para calcular los esfuerzos generados y la resistencia.

Tiene en cuenta las dimensiones que se establecen en los engranajes, el material seleccionado por el que estarán compuestos y la potencia que se transmite a través de ellos. Los cálculos se centran en la resistencia a Flexión de los dientes, la resistencia a Fatiga y la resistencia al Desgaste.

Para que un engranaje pueda ser declarado apto el factor de seguridad debe alcanzar un valor igual a 1, o superior a establecer por el ingeniero, para cada uno de los apartados anteriormente comentados en los que se centra la normativa.

Norma para el diseño de ejes y árboles de transmisión:

- **Teoría de SÖDERBERG**

Esta teoría se utiliza para el análisis de la resistencia para piezas sometidas a tensiones fluctuantes con componentes de tensión media y alternante. Gráficamente, la teoría se representa por una línea recta en el grafico de tensión media frente a la tensión alternante (línea de Söderberg) que indica la frontera de fallo de la pieza.

7.1. ANSI/AGMA 2001: Capacidad de carga de Engranajes

Conociendo la Potencia (P_m) que se transmite y el régimen de giro (w) al que gira el engranaje, se puede calcular el Par motor o Par de fuerzas (M_t):

$$M_t = \frac{P_m}{w} \quad (\text{Ec. 7.1.1})$$

Una vez calculado el par motor que se transmite y el diámetro primitivo (D_p) del engranaje, calculamos la fuerza tangencial que se genera en el engranaje.

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} \quad (\text{Ec. 7.1.2})$$

La fuerza tangencial nos permite llevar a cabo el cálculo de la tensión que se origina en la base del diente.

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} \quad (\text{Ec. 7.1.3})$$

RESISTENCIA A FLEXIÓN

Dependiendo del material por el cual este formado el engranaje, el diente es capaz de soportar una mayor o menor fuerza tangencial. Una fuerza demasiado grande puede crear tensiones que el material no pueda resistir y acabar rompiéndose.

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y \quad (\text{Ec. 7.1.4})$$

La velocidad de rotación introduce nuevas fuerzas ligadas a la inercia de las masas en movimiento. Calculando los factores C_s y J podemos establecer la fuerza transmitida al diente, considerando los efectos dinámicos.

- **Factor C_s , efectos dinámicos**

Para engranajes fabricados y montados con precisión:

$$v = 2 * \frac{w}{D_p} \rightarrow v \left[\frac{m}{\text{min}} \right] \quad (\text{Ec. 7.1.5})$$

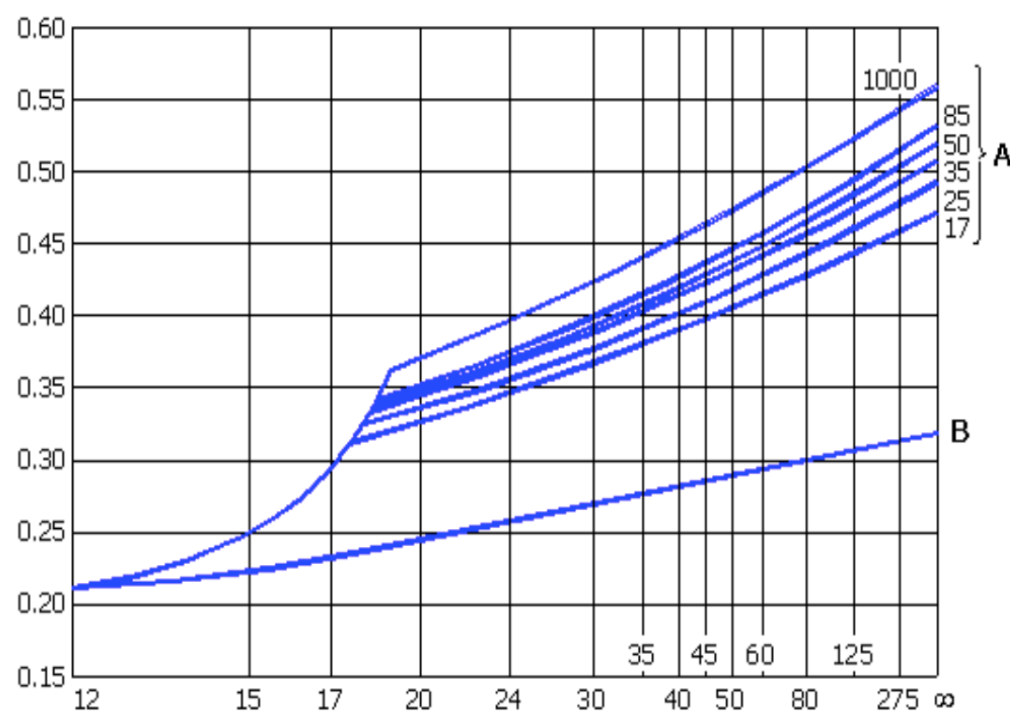
$$C_s = \frac{43 + \sqrt{v}}{43} \quad (\text{Ec. 7.1.6})$$

- **Factor J de AGMA, concentración de tensiones**

El factor J de AGMA se establece en tablas y gráficos según el número de dientes del piñón y la corona. También se clasifican según el ángulo de presión del diente.

(ENGRANAJES CILINDRICOS)

Número de dientes del engranaje de acoplamiento



Número de dientes, N (a) Profundidad total de 20 grados

Figura 24. Factor J de AGMA para engranajes cilíndricos

(ENGRANAJES CÓNICOS)

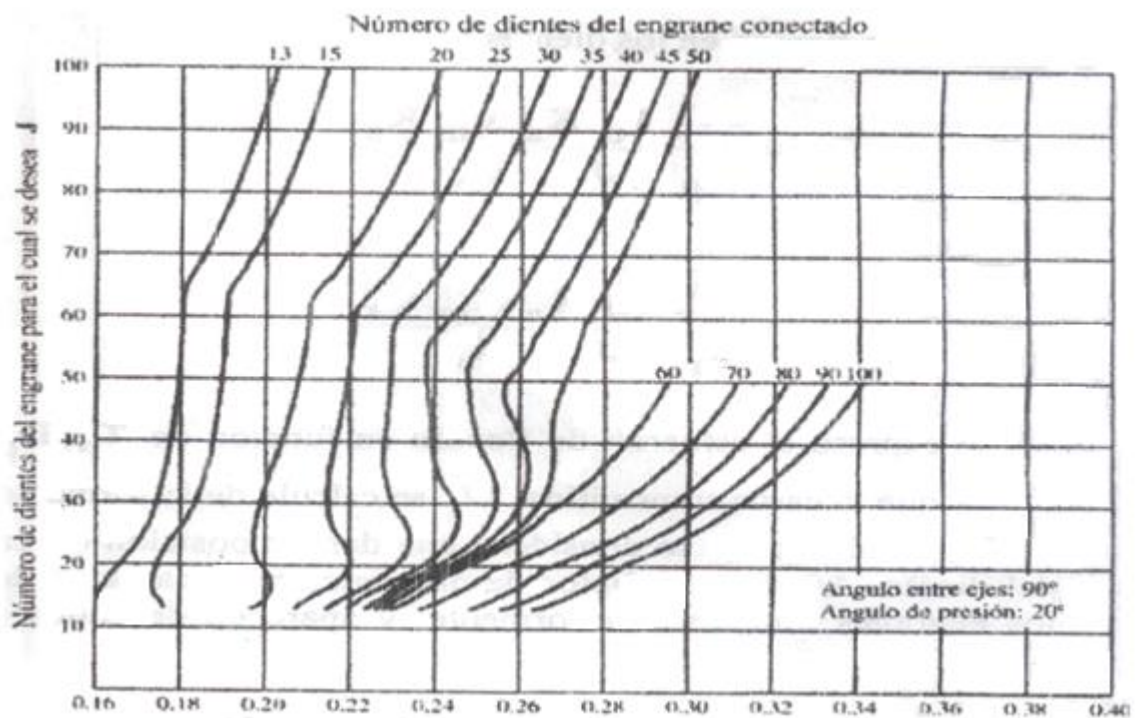


Figura 25. Factor J de AGMA para engranajes cónicos

Conocidos los factores C_s y J podemos calcular la fuerza que se transmite al diente aplicando los efectos dinámicos.

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s \quad (\text{Ec. 7.1.7})$$

Para considerar que el engranaje puede soportar correctamente las fuerzas y resistir a flexión, la fuerza tangencial aplicando esfuerzos dinámicos tiene que ser inferior a la fuerza máxima que puede soportar el material.

$$F_{t, \text{máx}} > F_t \quad (\text{Ec. 7.1.8})$$

RESISTENCIA A FATIGA

Los dientes de los engranajes se encuentran sometidos a cargas fluctuantes y cíclicas. La causa principal de fallo es la fatiga.

Se calculará la tensión por fatiga a flexión (σ), que se origina en la base del diente según la AGMA. Luego se comparará con la tensión admisible (σ_{adm}), de acuerdo al tipo de material empleado para la fabricación del engranaje.

Tensión por fatiga a Flexión (σ)

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} \quad (\text{Ec. 7.1.9})$$

A continuación se explicaran los nuevos factores que aparecen y su método de cálculo.

- **Factor de aplicación (K_a).** Depende del tipo de trabajo que realice el engranaje y toma uno de los valores establecidos en la siguiente tabla.

	Máquina conducida		
Máquina conductora	Uniforme	Choque moderado	Choque pesado
-Uniforme: motor eléctrico, turbina, etc.	1.00	1.25	1.75 ó mayor
-Carga ligera: máquinas muticilíndricas	1.25	1.50	2.00 ó mayor
-Choque medio: máquinas de cilindro simple.	1.50	1.75	2.25 ó mayor

Tabla 5. Factor de aplicación (K_a)

En todos los casos el valor será 1.25, dado que una turbina es la maquina conductora y la carga es moderada. La carga varía según el ángulo de las palas y varía el par resistente.

- **Factor de distribución de carga (Km).** Depende del soporte del engranaje y su anchura de la cara.

(Engranajes Cilíndricos)

CONDICIÓN DE SOPORTE	ANCHO DE LA CARA, pulgadas (mm.)			
	≤ 2 (50)	6 (150)	9 (225)	≥ 16 (400)
Montaje exacto, con bajas holguras en cojinetes, deflexiones mínimas. Engranajes de precisión.	1,30	1,40	1,50	1,80
Montajes menos rígidos, engranajes menos precisos, con contacto a todo lo ancho de la cara.	1,60	1,70	1,80	2,00
Exactitud y montaje de modo que exista contacto incompleto con la cara	> 2,00			

Tabla 6. Factor de distribución de carga para engranajes cilíndricos**(Engranajes Cónicos)**

TIPO DE ENGRANE	PIÑÓN Y CORONA MONTADOS INTERIORMENTE	UN ENGRANE MONTADO EXTERIORMENTE	PIÑÓN Y CORONA MONTADOS EXTERIORMENTE
Engranajes de calidad comercial general	1.44	1.58	1.80
Engranajes comerciales de alta calidad	1.20	1.32	1.50

Tabla 7. Factor de distribución de carga para engranajes cónicos

- **Factor de tamaño (Ks).** El factor de tamaño tiene en cuenta principalmente cualquier falta de uniformidad. La AGMA no establece normas y recomienda un valor igual a 1 salvo que presente alguna particularidad como dientes muy largos.

- **Factor dinámico (K_v).** El valor de este factor depende de la velocidad lineal en la línea de paso del engranaje.

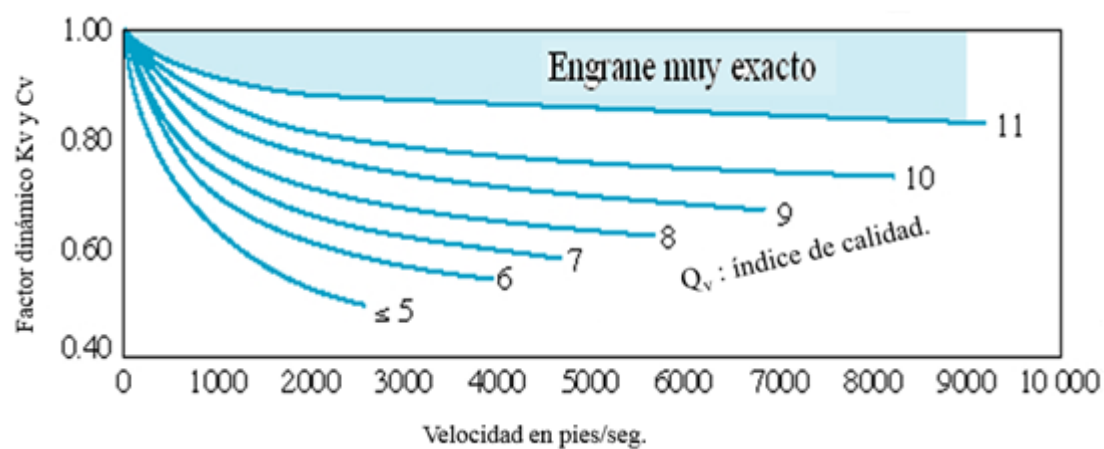


Figura 26. Factor dinámico (K_v)

Dada la gran velocidad y la exactitud del montaje, siempre hablaremos con un índice de calidad $Q_v > 11$ por lo que el valor de K_v siempre será 1.

Tensión a Fatiga Admisible (σ_{adm})

$$\sigma_{adm} = \frac{St * KI}{Kt * Kr} \quad (\text{Ec. 7.1.10})$$

- **Factor de resistencia a Flexión (St).**

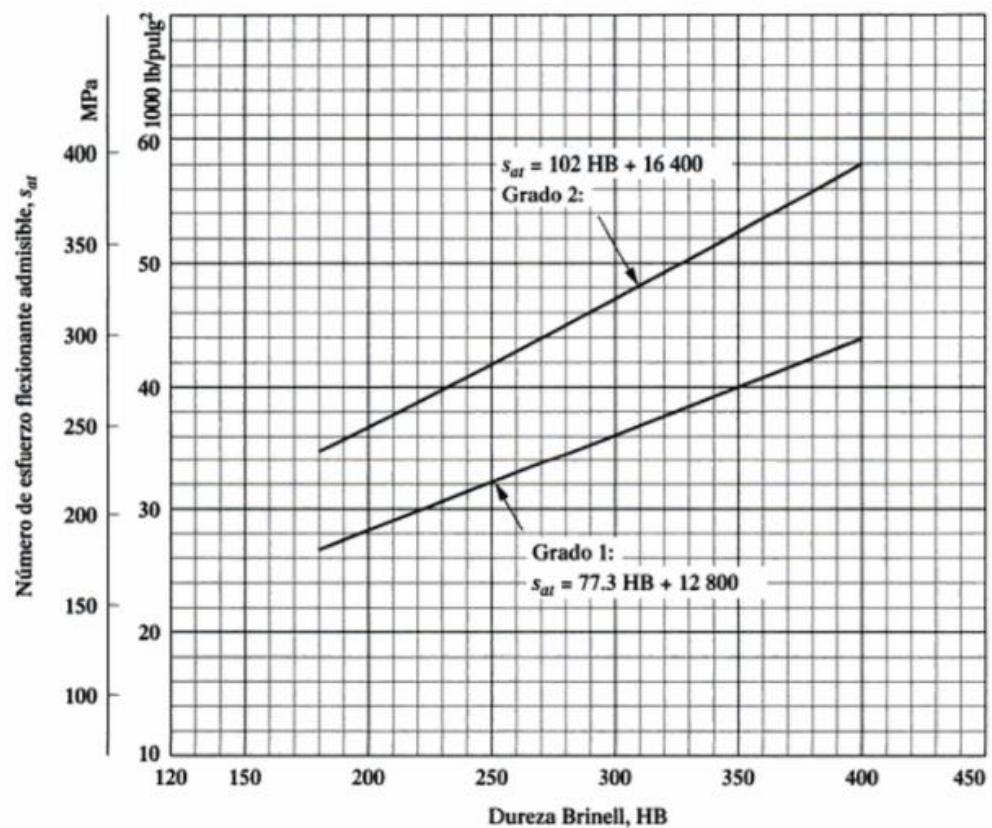


Figura 27. Factor de resistencia a flexión (St)

El factor St depende del grado de dureza Brinell del cual están fabricados los engranajes. En nuestro caso el material de los engranajes es el AISI 4140 con una dureza Brinell de 321. Según este valor y manteniéndonos en la zona de diseño entre las rectas de grado 1 y 2, establecemos que el valor del factor St es igual a 300 Mpa.

- **Factor de Temperatura (Kt).** Tiene en cuenta la influencia sobre la tensión admisible un aumento de la temperatura del aceite de lubricación. Dado que el valor de la temperatura no supera los 120°C, ya que el aceite solo lubrica y disipa el calor por fricción, el valor del factor Kt es igual a 1.

- **Factor de Duración (Kl).** Según el número de ciclos de la vida útil para la cual se diseñe el engranaje.

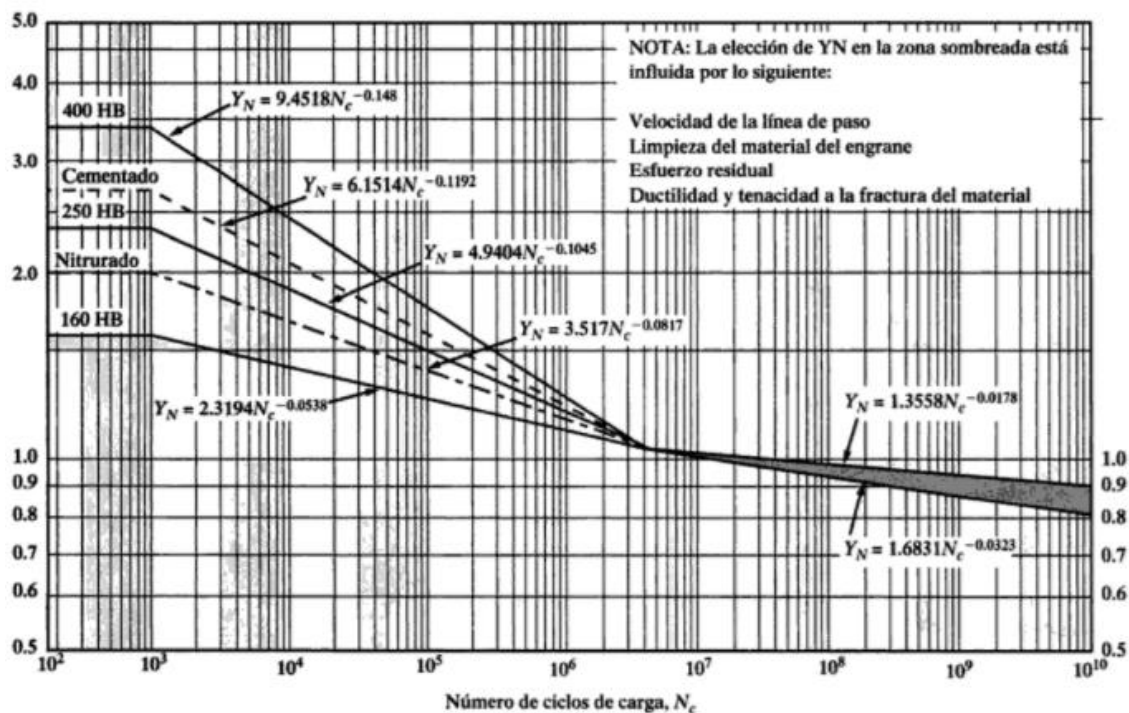


Figura 28. Factor de duración (Kl)

Como queremos que la vida útil del engranaje sea infinita, escogemos el máximo número de ciclos que nos permite el gráfico. El valor que se utilizara dado que la dureza del material se aproxima más a 400 HB será de 0,9.

- **Factor de fiabilidad (Kr).** Dependiendo del grado de fiabilidad que se le exija al sistema toma los valores mostrados en la tabla.

Confiabilidad	K_R
0.90,	0.85
0.99,	1.00
0.999,	1.25
0.9999,	1.50

Tabla 8. Factor de fiabilidad (Kr)

El valor de este factor será siempre el del 90% = 0,85. Con esto estamos diciendo que el 90% de los casos el valor de resistencia real sea superior al del cálculo.

De la comparación de ambas tensiones se obtiene un factor de seguridad, el cual debe ser siempre igual o superior a 1 para considerar correctas las dimensiones establecidas en los engranajes.

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} \quad (\text{Ec. 7.1.11})$$

RESISTENCIA POR DESGASTE SUPERFICIAL

La resistencia al desgaste de la superficie del diente es otro factor que condiciona el fallo de un engranaje. Como en el caso anterior se calculara la tensión por contacto (σ_c), que establece la AGMA según las condiciones de trabajo. Después se comparara con la tensión de contacto admisible ($\sigma_{c,adm}$) para obtener el factor de seguridad.

Tensión por Contacto (σ_c)

$$\sigma_c = C_p * \left[\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right]^{0,5} \quad (\text{Ec. 7.1.12})$$

- Los factores C_a , C_m , C_s y C_v son los equivalentes a los factores calculados en la resistencia a fatiga, por lo que sus valores serán:

$$C_a = K_a, \quad C_m = K_m, \quad C_s = K_s, \quad C_v = K_v$$

- **Coefficiente Elástico (Cp).** En función del tipo de material de las ruedas engranadas, toma uno de los valores mostrados en la tabla.

Material del piñón	Módulo de elasticidad, E_p , lb/pulg ² (MPa)	Material y módulo de elasticidad E_g , lb/pulg ² (MPa), del engrane					
		Acero 30×10^6 (2×10^5)	Hierro maleable 25×10^6 (1.7×10^5)	Hierro nodular 24×10^6 (1.7×10^5)	Hierro colado 22×10^6 (1.5×10^5)	Bronce de aluminio 17.5×10^6 (1.2×10^5)	Bronce de estaño 16×10^6 (1.1×10^5)
Acero	30×10^6 (2×10^5)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Hierro maleable	25×10^6 (1.7×10^5)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Hierro nodular	24×10^6 (1.7×10^5)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Hierro colado	22×10^6 (1.5×10^5)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Bronce de aluminio	17.5×10^6 (1.2×10^5)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Bronce de estaño	16×10^6 (1.1×10^5)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

Fuente: Tomado de la norma AGMA 2001-C95: *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*, con autorización del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314

Nota: Relación de Poisson = 0.30; unidades de C_p : (lb/pulg²)^{0.5} o (MPa)^{0.5}

Tabla 9. Coeficiente Elástico según el material del piñón y la corona

Al ser del mismo material tanto el piñón como la corona y de Acero. El valor del coeficiente Elástico es de 191 MPa^{0.5}.

- **Factor de estado o condición (Cf).** El factor tiene en cuenta la posibilidad que existan defectos externos en la superficie del material. El valor que se suele aplicar en este factor es de 1,25.

- Factor Geométrico (I).

(Engranajes Cilíndricos)

Angulo de presión a 20°

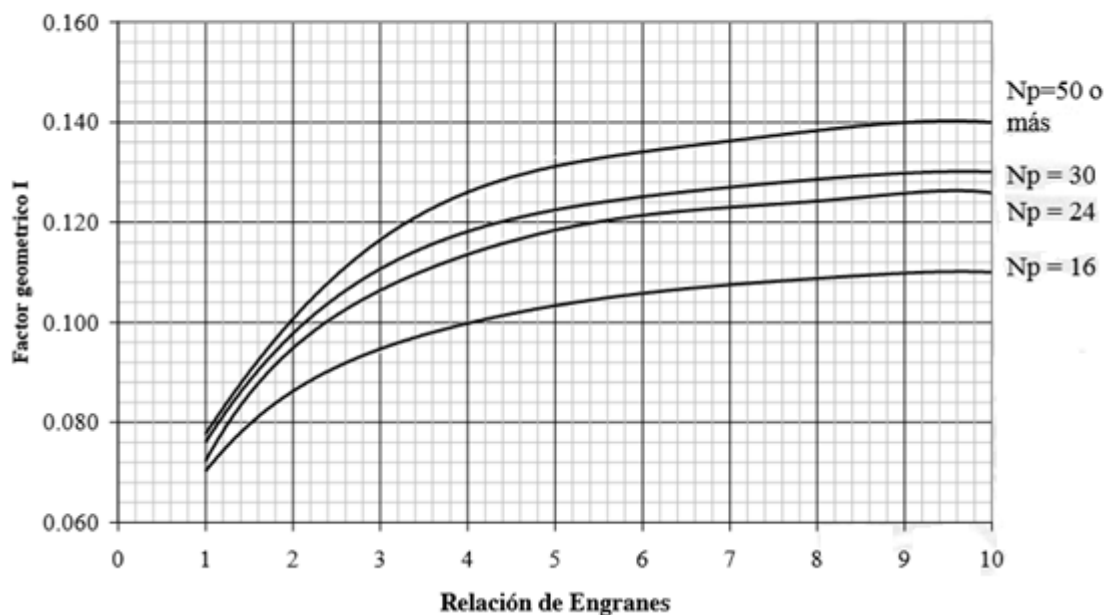


Figura 29. Factor geométrico (I) para engranajes Cilíndricos

(Engranajes Cónicos)

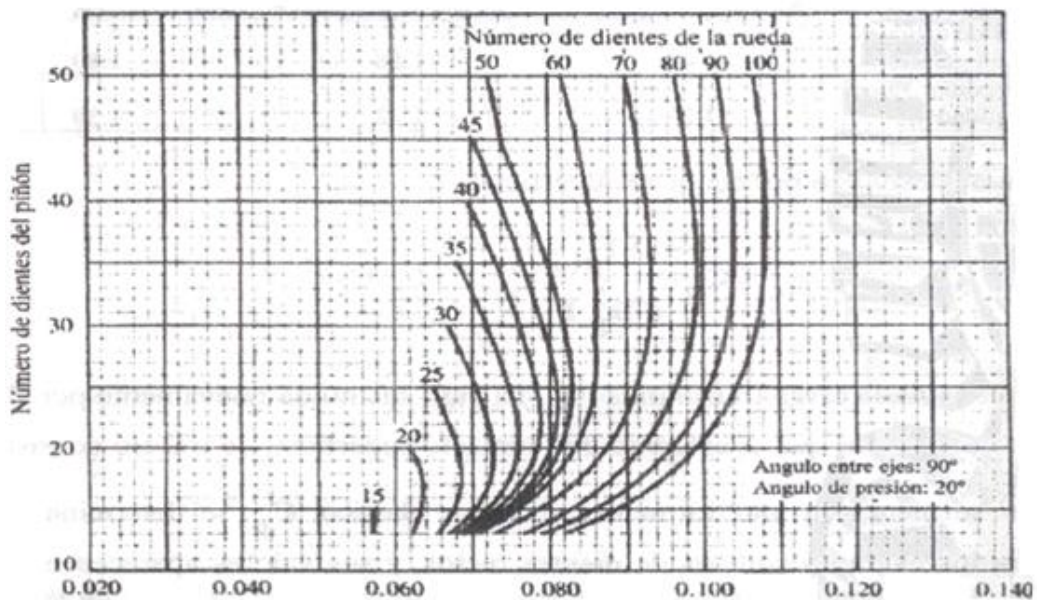


Figura 30. Factor geométrico (I) para engranajes cónicos

Tensión de Contacto Admisible ($\sigma_{c,adm}$)

$$\sigma_{c,adm} = \frac{S_c * C_l * C_h}{C_t * C_r} \quad (\text{Ec. 7.1.13})$$

- **Factor de resistencia Superficial (S_c).**

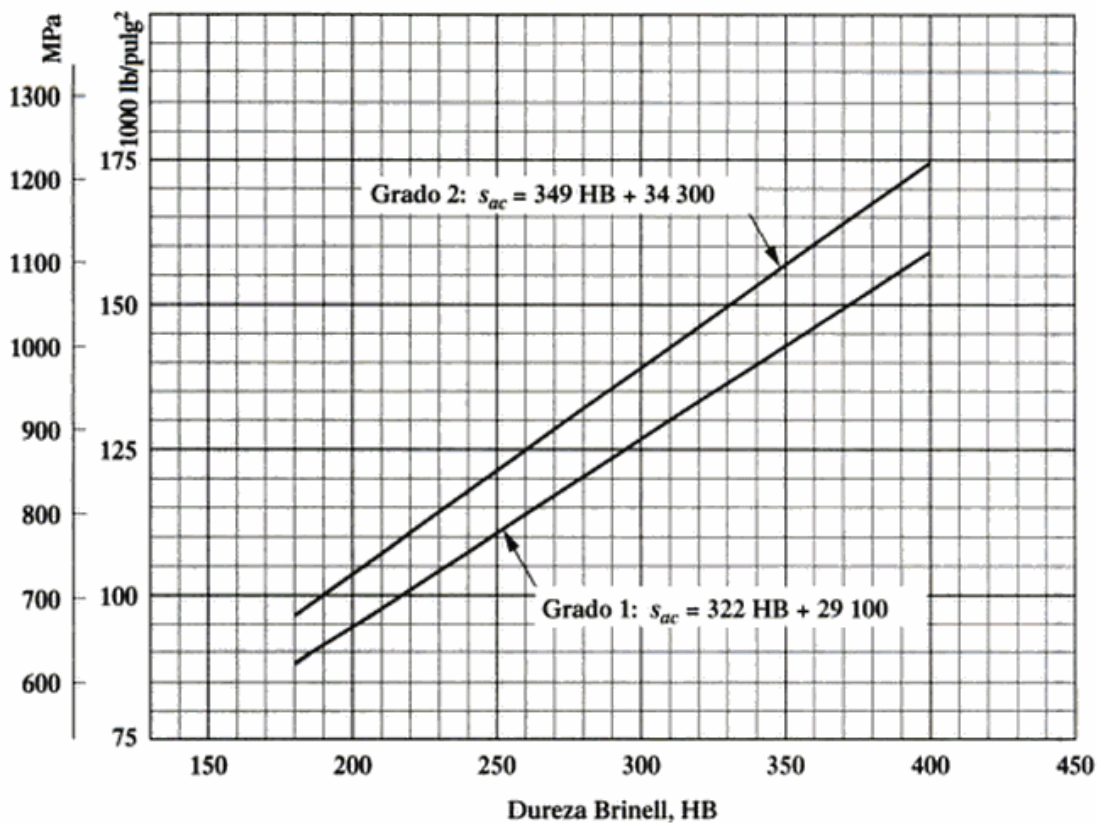


Figura 31. Factor de resistencia superficial (S_c)

El factor S_c depende del grado de dureza Brinell del cual están fabricados los engranajes. En nuestro caso el material de los engranajes es el AISI 4140 con una dureza Brinell de 321. Según este valor y manteniéndonos en la zona de diseño entre las rectas de grado 1 y 2, establecemos que el valor del factor S_c es igual a 1000 Mpa.

- **Factor de temperatura (C_t).** Tiene en cuenta la influencia sobre la tensión admisible un aumento de la temperatura del aceite de lubricación. Dado que el valor de la temperatura no supera los 120°C, ya que el aceite solo lubrica y disipa el calor por fricción, el valor del factor C_t es igual a 1.

- **Factor de duración (C_L).** Según el número de ciclos de la vida útil para la cual se diseñe el engranaje.

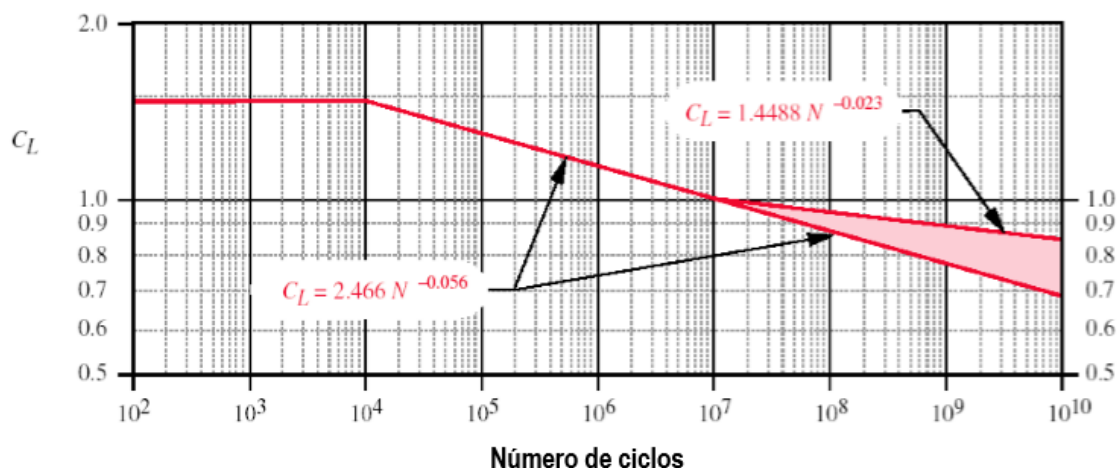


Figura 32. Factor de duración (C_L)

Como queremos que la vida útil del engranaje sea infinita, escogemos el máximo número de ciclos que nos permite el gráfico. El valor que se utilizara será de 0,85.

- **Factor de dureza (C_H).** Según la normativa AGMA el valor de este factor se efectúa mediante la relación de dureza entre el piñón y la corona. Al ser los dos engranes del mismo material y tener la misma dureza superficial, el valor de la relación será 1.
La normativa AGMA expresa que para relaciones inferiores de 1,2 el valor del factor debe ser igual a 1.
- **Factor de fiabilidad (C_R).** Dependiendo del grado de fiabilidad que se le exija al sistema toma los valores mostrados en la tabla.

Confiabilidad	K_R
0.90,	0.85
0.99,	1.00
0.999,	1.25
0.9999,	1.50

Tabla 10. Factor de fiabilidad (C_R)

El valor de este factor será siempre el del 90% = 0,85. Con esto estamos diciendo que el 90% de los casos el valor de resistencia real sea superior al del cálculo.

De la comparación de ambas tensiones se obtiene un factor de seguridad, el cual debe ser siempre igual o superior a 1 para considerar correctas las dimensiones establecidas en los engranajes.

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} \quad (\text{Ec. 7.1.14})$$

7.2. Teoría de Söderberg

Para poder aplicar la teoría de Söderberg en el cálculo y diseño de ejes, es necesario primero establecer los valores de sollicitación y resistencia en la sección crítica.

CÁLCULO DE SOLICITACIONES

Lo primero que se debe hacer es llevar a cabo el cálculo del equilibrio a partir de las fuerzas que se crean en el contacto entre engranajes. Las fuerzas tangenciales, radiales y axiales tienen efecto sobre los elementos de fricción que sostienen el conjunto y sobre el eje.

Estas fuerzas crean esfuerzos flectores, axiales, cortantes y a torsión. Estableciendo el equilibrio con los elementos de soporte se pueden dibujar los nombrados Diagramas de Solicitaciones. Estos nos muestran las secciones las cuales están sometidas a mayores tensiones y su magnitud.

Una vez se ha establecido la sección crítica del eje y se tienen los valores de los momentos flectores y de torsión podemos pasar a los cálculos que nos permitirán obtener las sollicitaciones.

Cálculo de las tensiones a flexión y torsión

Flexión

$$\sigma_{\text{flex. máx}} = \frac{M_f}{I} * y_{\text{máx}} \quad (\text{Ec. 7.2.1})$$

$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \quad \text{momento de inercia en sección circular} \quad (\text{Ec. 7.2.2})$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} * y_{\text{máx}} \quad (\text{Ec. 7.2.3})$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \quad \text{momento de inercia polar en sección circular} \quad (\text{Ec. 7.2.4})$$

Según el ciclo de carga a la cual están sometidos los ejes, la tensión alternativa y media puede variar.

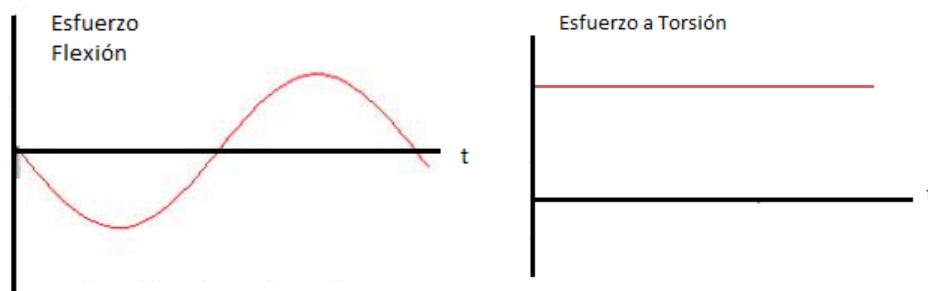


Figura 33. Ciclo de carga alternativo en flexión y constante en la torsión

En nuestro caso de un árbol de transmisión las tensiones a flexión son siempre alternativas, debido a la rotación, y las tensiones a torsión son constantes a lo largo de todo el árbol al transmitir potencia. Ya podemos establecer las tensiones alternativas y medias

Esfuerzo ciclico

Tension Máxima (σ_a) = $\sigma_{\text{flex. máx}}$

Tension media (σ_m) = 0

Esfuerzo constante

Tensión Máxima (τ_a) = 0

Tension Media (τ_m) = τ_{max}

A través de los formulas de Mohr y Von Mises establecemos las tensiones equivalentes tanto alternativas como medias y nuestras Solicitaciones.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{Ec. 7.2.5})$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2} \quad (\text{Ec. 7.2.6})$$

CÁLCULO DE LA RESISTENCIA

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' \quad (\text{Ec. 7.2.7})$$

A continuación se explicaran los nuevos factores que aparecen y su método de cálculo.

- **Factor de acabado superficial (Ka).** Según sea el acabado superficial de nuestro eje o árbol el factor Ka puede tener los siguientes valores.

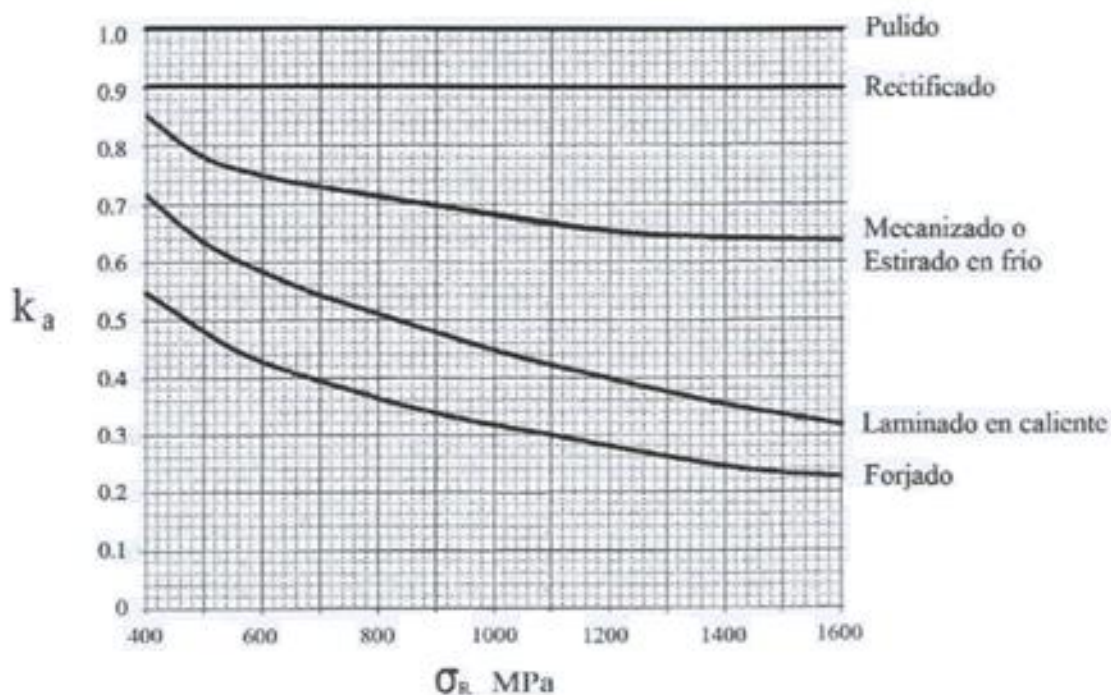


Figura 34. Factor de acabado superficial del eje o árbol (Ka)

Se ha establecido que todos los ejes o árboles que se diseñen tendrán como mínimo un acabado superficial de Rectificado, por lo que el valor del factor Ka será 0,9.

- **Factor de tamaño (Kb).** El valor de este factor depende solo del diámetro.

Para piezas de sección circular a flexión y/o torsión:

\varnothing [mm]	10	15	20	25	30	35	40	45	50
k_b	1	0,93	0,90	0,87	0,85	0,84	0,83	0,82	0,80

Si $\varnothing > 50$ mm entonces $k_b = 0,75$

Tabla 11. Factor de tamaño del eje o árbol (Kb)

- Factor de tipo de esfuerzo (K_c).

$$k_c = \begin{cases} 0,923 & \text{Carga axial, } \sigma_R \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial, } \sigma_R > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ 0,577 & \text{Torsión y cortante} \end{cases}$$

Figura 35. Factor sobre el tipo de esfuerzo sometido al eje o árbol (K_c)

Nuestros ejes y árboles se encuentran constantemente Flexión de manera cíclica. El valor del factor de esfuerzo será 1.

- Factor de temperatura (K_d).

T (°C)	k_d
300	0.975
350	0.927
400	0.922
450	0.840
500	0.766
550	0.670
600	0.546

Tabla 12. Factor de temperatura (K_d)

Como la temperatura de trabajo del eje es mucho inferior a la establecida en la tabla, el valor del factor de temperatura será de 1.

- **Factor de Confiabilidad (K_e).**

Confiabilidad (%)	k_e
50	1,000
90	0,897
95	0,868
99	0,814
99,9	0,753
99,99	0,702
99,999	0,659

Tabla 13. Factor de Confiabilidad (K_e)

El valor de este factor será siempre el del 90% = 0,897. Con esto estamos diciendo que el 90% de los casos el valor de resistencia real sea superior al del cálculo.

- **Factor de entalla (K_f).** Tanto los ejes como árboles que se puedan llegar a diseñar siempre tendrán el mismo diámetro a lo largo de toda su longitud, por lo que habrá ninguna variación de diámetro. Sin embargo, los engranajes deben unirse a los ejes mediante chavetas lo cual provoca la mecanización de agujeros en los ejes.

El estudio de cualquier sección que no comparta engranaje tendrá factor K_f igual a 1.

En los casos que si lo haya, se establece un valor de 3 para el valor del factor K_f .

- **Tensión de resistencia teorica σ_f' .** El valor que se le suele dar a la tensión viene condicionado por las características del material por el cual está fabricado el eje o árbol. Se le aplica una magnitud igual a la mitad de la tensión de rotura del material.

$$\sigma_f' = 0.5 * \sigma_R \quad (\text{Ec. 7.2.8})$$

Una vez establecido la resistencia del eje o árbol de transmisión mediante la tensión de resistencia (σ_f), podemos aplicar la teoría de Söderberg para extraer el valor del Factor de Seguridad.

TEORIA DE SÖDERBERG EN UN PROBLEMA DE DISEÑO

La recta de Söderberg (roja) la establecemos mediante el valor de la tensión de resistencia σ_f y la tensión de fluencia propia del material σ_R .

En cambio la recta de carga es aquella que podemos dibujar con las tensiones alternativas y medias equivalentes, calculadas en las sollicitaciones.

El punto S puede determinarse justo donde las dos rectas se cortan. En los problemas de diseño la operativa es determinar el punto S y la tensión de Soderberg media correspondiente (σ_m^s) para ser comparada con la tensión media equivalente.

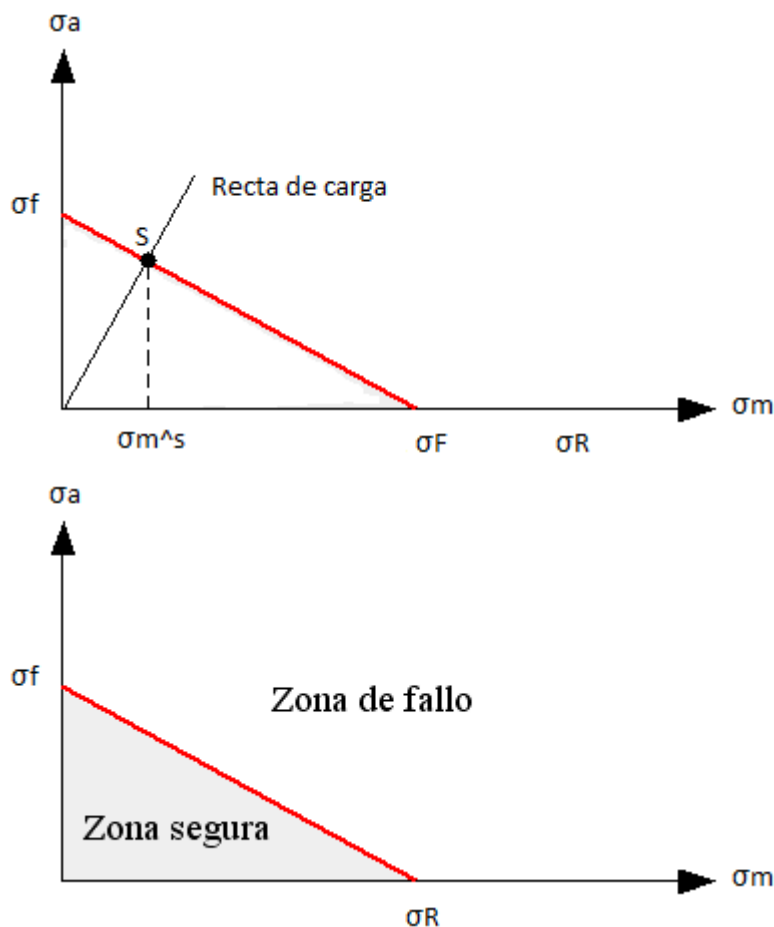


Figura 36. Línea de Söderberg y de carga

$$\sigma m^s = \frac{\sigma f}{\frac{\sigma a \text{ eq}}{\sigma m \text{ eq}} + \frac{\sigma f}{\sigma F}} \quad \text{(Ec. 7.2.9)}$$

$$FS = \frac{\sigma m^s}{\sigma m \text{ eq}} \quad \text{(Ec. 7.2.10)}$$

El valor del factor de Seguridad debe ser igual o superior a la unidad, para poder establecer que la vida útil a fatiga del eje será infinita.

8. Dimensiones de Engranajes y Árboles de transmisión

8.1. Dimensiones de los Engranajes

TRANSMISION PRINCIPAL

Engranajes cónicos

m=3.5	Piñón	Rueda
Z	28	105
Dp [mm]	113,16	424,35

Tabla 14. Dimensiones de engranajes cónicos en la transmisión principal

Ángulo de presión del diente (α) = 20°

No = 6000 rpm

Ángulo del diente (β) = 20°

Nf = 1600 rpm

Engranaje Planetario

m=3.75	Sol	Planeta	Corona
Z	30	30	90
Dp [mm]	129,90	129,90	389,71

Tabla 15. Dimensiones de los engranajes en el sistema Planetario

Ángulo de presión del diente (α) = 20°

No = 1600 rpm

Nf = 400 rpm

TRANSMISION DE COLA

Engranajes cónicos

m=3.75	Piñón	Rueda
Z	21	36
Dp [mm]	90	155

Tabla 16. Dimensiones de engranajes cónicos en la transmisión de cola

Ángulo de presión del diente (α) = 20°

No = 6000 rpm

Ángulo del diente (β) = 20°

Nf = 3500 rpm

*Los cálculos y iteraciones que han permitido llegar a estas dimensiones se encuentran en los anexos de esta memoria, concretamente en el apartado "Cálculos de diseño y conclusiones de engranajes"

8.2. Dimensiones de los Árboles

TRANSMISIÓN PRINCIPAL

Elemento	Diámetro[mm]	Longitud[mm]
Árbol de transmisión 1	40	270
Árbol de transmisión 2	65	350
Mástil	50	1000

Tabla 17. Dimensiones de los árboles en la transmisión principal

TRANSMISIÓN DE COLA

Elemento	Diámetro[mm]	Longitud[mm]
Árbol de transmisión 1	20	200
Árbol de transmisión 2	30	165
Árboles de transmisión de cola	30-20	1000

Tabla 18. Dimensiones de los árboles en la transmisión de cola

*Los cálculos y iteraciones que han permitido llegar a estas dimensiones se encuentran en los anexos de esta memoria, concretamente en el apartado “Cálculos de diseño y conclusiones de ejes”

9. Análisis del Impacto ambiental

Todos los elementos mecánicos que se han diseñado, engranajes y árboles de transmisión, estarían fabricados de acero de bajo carbono o de aluminio.

Ambos materiales son completamente reciclables, lo que permite que después de su uso principal puedan ser utilizados para la fabricación de otros componentes.

Su impacto sobre el medio ambiente sería cero.

10. Presupuesto

En el presente apartado se incluirá el presupuesto de este proyecto. Para un mayor análisis detallado primeramente se mostrará el valor total y posteriormente será desglosado y agrupado por conceptos.

Creemos que es de capital importancia el estudio económico de un proyecto para tener la capacidad de valorar más exhaustivamente el desarrollo del mismo.

Costes ingeniería

Seguidamente se detallará el coste que ha representado la realización de dicho proyecto teniendo en cuenta los costes de ingeniería, es decir, teniendo en cuenta la carga de trabajo horario de quienes lo han realizado. Se tendrán como referencia datos del año 2017.

El sueldo medio de un Ingeniero Junior en España, más concretamente en Cataluña, durante el año 2017 fue de 22.500€ brutos anuales. Repartiendo esos 22.500€ en 12 pagas, nos resulta un sueldo mensual de $22500/12=1.875\text{€}$.

Primeramente tenemos en cuenta que en España durante el 2016 hubo una media de 21 días laborables al mes. En segundo lugar, consideramos un trabajo a jornada completa, de 8h al día cada día de la semana. Por lo tanto, haciendo el producto de horas diarias trabajadas y días laborables al final de mes, obtendremos el número de horas trabajadas a final de mes. $8 \cdot 21 = 168\text{h}$.

Dividimos el sueldo mensual con las horas trabajadas al mes y obtendremos el precio por hora. $1875/160=11'16\text{€/h}$.

A continuación mostramos el precio que ha representado este proyecto a nivel de costes de ingeniería.

Costes de ingeniería	Precio (€)
Número de trabajadores	1
Horas trabajadas	350
Precio por hora	11.16
Precio subtotal sin IVA	3906€
IVA(21%)	820.26€
Precio subtotal	4726.26€

Conclusiones

Una vez finalizado todo el estudio y llevado a cabo el dimensionado de engranajes y árboles de transmisión, se presentan las conclusiones finales del proyecto.

1. Se ha establecido un dimensionado tanto para engranajes como para árboles de transmisión. Unas dimensiones que les hacen capaces de transmitir la potencia y resistir las fuerzas.
2. Ha aumentado la comprensión acerca del funcionamiento de los helicópteros y los distintos tipos que podemos encontrar.
3. A lo largo del diseño de los engranajes y ejes, se han llegado a conclusiones que han permitido obtener un mayor conocimiento y establecer cambios que permitieran mejorar el conjunto.
4. Ha sido posible la construcción de los elementos dimensionados mediante programas CAD y la creación de planos.

Con los resultados obtenidos a lo largo de todo el proyecto, se ha llegado a la conclusión de haber alcanzado los objetivos de diseño de engranajes y árboles de transmisión para un helicóptero con transmisión de cola.

Este proyecto permitirá ser una guía para futuros proyectos de diseño tanto de engranajes o de ejes para cualquier tipo de transmisión, tanto para automóviles como motocicletas o cualquier maquinaria.

Bibliografía

Sistemas de transmisión de potencia. Miguel A. Barcala Montejano, Ángel A. Rodríguez Sevillano.

<http://ocw.upm.es/ingenieria-aeroespacial/helicopteros/contenidos/material/sistema-de-transmision-de-potencia>

Ingemecánica

<http://ingemecanica.com/tutoriales/tutoriales.html>

Fundamentos de las transmisiones por Engranés (I). Ingemecanica

<http://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn150.html>

Fundamentos de las transmisiones por Engranajes (II). Ingemecanica

<http://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn151.html>

Engranaje Planetario. BlogSEAS. https://www.seas.es/blog/disenio_mecanico/el-engranaje-epicicloidal-y-aplicaciones/

Cálculos de relación de transmisión en engranajes planetarios. WoodGears.

https://woodgears.ca/gear/planetary_es.html

Engranaje Planetario. Sinais, ingeniería de mantenimiento.

http://www.sinais.es/Recursos/Curso-vibraciones/engranajes/engranajes_planetarios.html

Diseño de elementos de máquinas. Robert L. Mott

https://books.google.es/books?id=nrYd_BjTL0UC&lpg=PA374&ots=1CHt87li9H&dq=tablas%20y%20graficos%20AGMA&hl=es&pg=PA379#v=onepage&q&f=false

Representación gráfica de engranajes. Miguel Espitia Castaño, Interpretación de Planos: 2 DE Noviembre de 2013, SlideShare,

<https://es.slideshare.net/miguelespitiacastano/representacin-grfica-de-engranajes>

Turbo-ejes Turbomeca Ariel 1D1. Safran <https://www.safran-helicopter-engines.com/helicopter-engines/lower-1000-shp/arriel/arriel-1d1/1e2>

Rotor de helicóptero. Wikipedia. la enciclopedia libre. 10 Nov. 2017

https://es.wikipedia.org/wiki/Rotor_de_helic%C3%B3ptero

Engranajes. Wikipedia. la enciclopedia libre. 11Dic. 2017.

https://es.wikipedia.org/wiki/Rotor_de_helic%C3%B3ptero

Ejes y árboles de transmisión. WordPress.

<https://ejesyárboles.wordpress.com/>



Sustentación y Resistencia. Wikipedia, la enciclopedia libre. 26 Sep. 2017.
<https://es.wikipedia.org/wiki/Sustentaci%C3%B3n>

Perfil alar. Wikipedia, la enciclopedia libre. 24 Sep. 2017
https://es.wikipedia.org/wiki/Perfil_alar

Perfil NACA 0012. Airfoil Tools.
<http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il>

Annexo A

A continuación se mencionaran los anexos que pueden encontrarse en la presente memoria

- Cálculos previos características iniciales y finales
- Cálculos de diseño y conclusiones de engranajes
- Cálculos de diseño y conclusiones de ejes

A1. Cálculos previos de características iniciales y finales

El objetivo final de este proyecto es el diseño de ejes y engranajes de una transmisión de helicóptero. Para poder hacerlo se deben establecer unas condiciones iniciales y finales como pueden ser el motor, la masa, la potencia, etc.

Características físicas

La masa del helicóptero será aproximadamente de 2000 Kg incluyendo 4/5 personas máximo de pasaje.

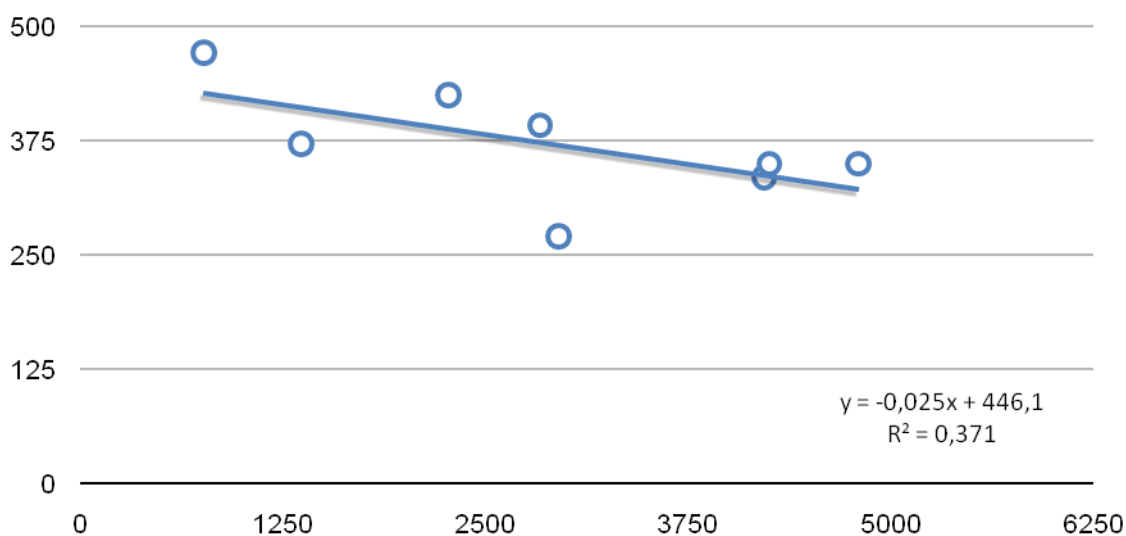
El motor seleccionado es un Arriel 1d1 del fabricante Turbomeca. Se trata de un Turbo eje capaz de transmitir de manera continuada 466 kW de potencia a través de un eje a 6000 rpm.

Características aerodinámicas

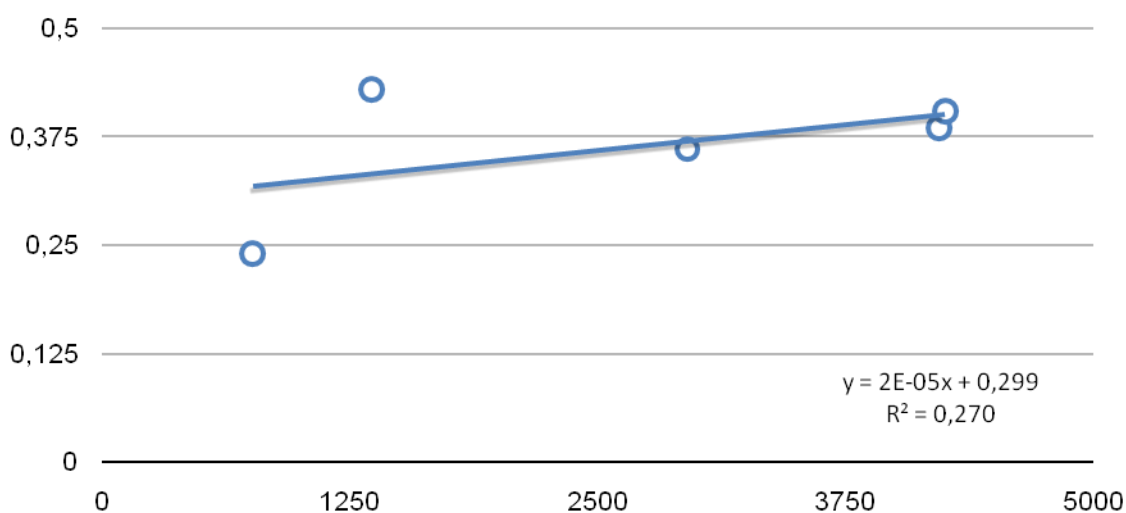
En este apartado se llevaran a cabo cálculos aerodinámicos básicos para calcular el consumo de potencia de rotores. Algunas características se establecerán sin ningún tipo de cálculo, se tendrán en cuenta la información extraída de guías técnicas y otros métodos de información.

Para establecer la velocidad de giro del rotor principal y la cuerda de las palas se ha llevado a cabo una regresión lineal. Mediante la búsqueda de helicópteros similares al de nuestro diseño y sus características se estableció una tabla:

Modelo	Masa [Kg]	Régimen de giro [rpm]
Brantley B-2B	757	472
Enstrom 480B	1360	372
Cartercopter CC1	2268	425
MD Explorer	2835	392
Kaman k-1200	2948	270
Bell 430	4218	335
Eurocopter AS 365N	4250	350
Eurocopter EC155B	4800	350



Modelo	Masa [Kg]	Cuerda [m]
Brantley B-2B	757	0.22
Enstrom 280FX	1179	0.24
Cartercopter CC1	2268	0.43
Bell 430	4218	0.361
Eurocopter AS 365N	4250	0.385
Eurocopter EC155B	4800	0.405



Mediante las dos ecuaciones obtenidas en las regresiones lineales, se ha obtenido el régimen de giro y la longitud de cuerda teniendo en cuenta la masa del helicóptero como variable. Los valores obtenidos y utilizados serán:

Régimen de giro = 395 rpm. → **400 rpm.**

Longitud de cuerda = 0.34 m → **0.30 m.**

Establecer un número de palas óptimo y su longitud es difícil, dado que un número alto de palas puede permitir reducir sus dimensiones y permite un vuelo más suave. Estableceremos un radio de rotor de **4,5 metros (diámetro = 9 metros)** y llevaremos a cabo el cálculo de sustentación y resistencia de una sola pala. Según el momento resistente que se ejerza y el consumo de potencia se tomara la decisión de utilizar 2 o más palas.

Ecuaciones de sustentación y resistencia

$$F_l = C_l * \frac{1}{2} * \rho * A * v^2 \quad \text{y} \quad F_d = C_d * \frac{1}{2} * \rho * A * v^2$$

F_l = fuerza de sustentación[N]

ρ = densidad del aire [$\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$]

F_d = fuerza de resistencia[N]

A = Área de la pala[m²]

C_l = coeficiente de sustentación

v = velocidad [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]

C_d = coeficiente de resistencia

Tanto el área como el coeficiente de sustentación y resistencia dependen del ángulo de ataque de la pala. Estos no son iguales en todos los casos, sino que dependen del perfil aerodinámico.

Antes de elegir un perfil aerodinámico y establecer las características, vamos a calcular la densidad del aire y establecer la relación del área según el ángulo de ataque.

Cálculo de la densidad del aire

P = Presión [Pa]

$$\rho = \frac{P}{R' * T}$$

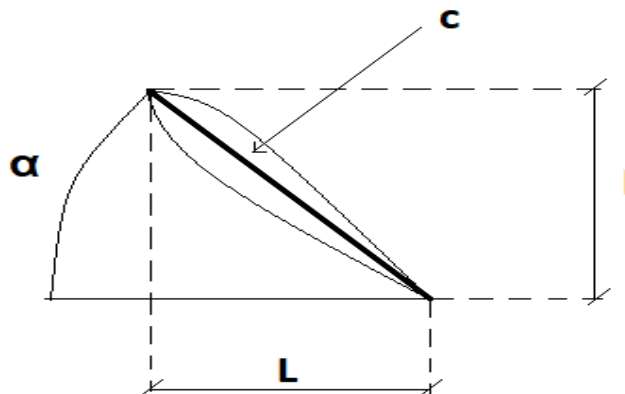
$$R' = 287 \frac{J}{Kg * K}$$

T = Temperatura [K]

Si establecemos una presión de **1 atmosfera [atm]** que equivale a **101325 Pa** y tenemos en cuenta que la temperatura media en Barcelona es de **21,5°C**, la densidad del aire será:

$$\rho = \frac{101325}{287 * (21,5 + 273)} = 1,198 \frac{Kg}{m^3}$$

Relación entre el área y el ángulo de ataque (α)



c = cuerda

α = ángulo de ataque

$$L = c * \cos(\alpha) \quad y \quad l = c * \sin(\alpha)$$

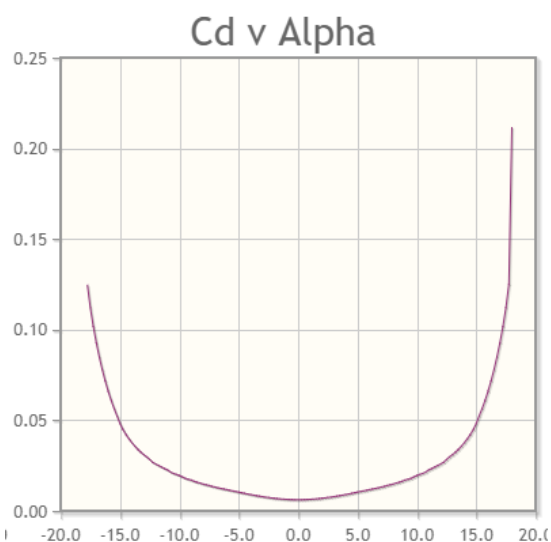
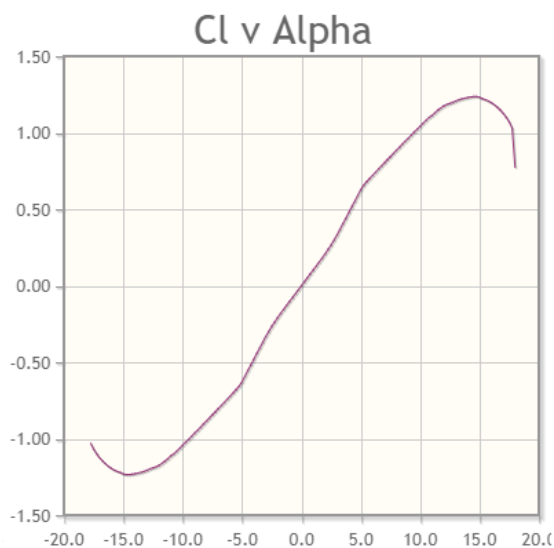
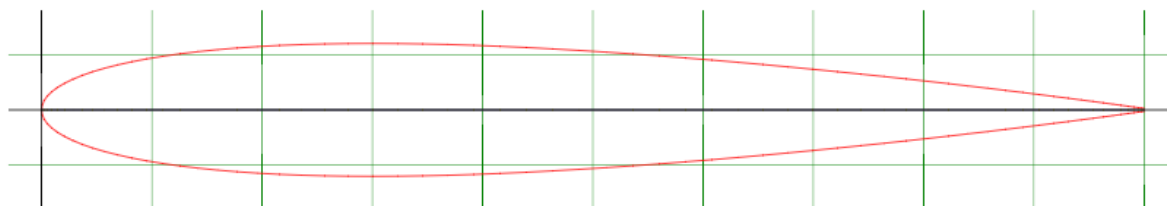
El área al igual que la velocidad depende de la longitud de la pala:

Resistencia $A = l * R = c * \sin(\alpha) * R \rightarrow$ Área perpendicular al flujo

Sustentación $A = L * R = c * \cos(\alpha) * R \rightarrow$ Área paralela al flujo

$$v^2 = (w * R)^2$$

PERFIL NACA 0012 <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il>



α	Cl	Cd
0°	0	0.00618
5°	0.6275	0.01036
7.5°	0.8439	0.01399
10°	1.0417	0.01951
12.5°	1.1912	0.02838
14.75°	1.2363	0.04481

Con un ángulo más grande de 14.75 el coeficiente de sustentación disminuye, por lo tanto es el ángulo de máxima sustentación. También es el punto máximo donde tendremos en cuenta la resistencia.

Cálculo de fuerzas de sustentación y resistencia de una sola pala

$$F_l = \int_1^{4.5} C_l * \frac{1}{2} * \rho * c * \cos(\alpha) * R * (w * R)^2 dR$$

$$F_d = \int_1^{4.5} C_d * \frac{1}{2} * \rho * c * \sin(\alpha) * R * (w * R)^2 dR$$

Parte de la pala no genera sustentación debido al cabezal donde se encuentra sujeta y la forma inicial necesaria para ser sujeta. Establecemos una pérdida de pala de 1 metro que no genera sustentación ni resistencia.

α	$F_l[N]$	$F_d[N]$
0°	0	0
5°	20148	29.10
7.5°	26968	58.85
10°	33066	109.19
12.5°	37484	197.98
14.75°	38535	367.72

Mediante este perfil y las dimensiones seleccionadas del rotor y la pala podemos obtener una fuerza media de sustentación igual y mayor al peso del helicóptero (2.000Kg = 20.000 N aprox.).

A partir de la fuerza de resistencia generada calcularemos el momento resistente que se ejerce sobre el eje del rotor principal y la potencia que se consumirá. Al final podremos establecer el número total de palas.

$$M_r = F_d * \int_1^{4.5} R dR$$

α	$M_r[N*m]$
5°	280,08
7.5°	566,43
10°	1050,95
12.5°	1905,55
14.75°	3539,30

Una sola pala genera un par resistente de 3539,3 N*m cuando se alcanza la máxima sustentación. Con dos palas, el número mínimo, sería el doble: 7078,60 N*m.

La potencia que se consumirá por parte de las dos palas será:

$$P_c = M_r * \omega = 7078,6 \text{ N} * \text{m} * 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 296.452,19 \text{ W} = 300.000 \text{ W aprox.}$$

$$\%P_m = \frac{300.000}{466000} * 100 = 64,4 \%$$

De la potencia máxima que puede suministrar la turbina, el 64,4 % de ella sería consumida por un rotor de 2 palas.

En el caso de querer un rotor de 3 palas el momento resistente será mayor y la potencia consumida también:

$$M_r = 3539,30 * 3 = 10.617,9 \text{ N} * \text{m}$$

$$P_c = 10.617,9 \text{ N} * \text{m} * 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = 444.677,65 \text{ W}$$

$$\%P_m = \frac{444.677,65}{466.000} * 100 = 95,42\%$$

La potencia que se consumiría sería demasiada y no dejaría la suficiente para poder mover el rotor de cola. El rotor principal estará configurado por 2 palas aerodinámicas NACA 0012.

Conclusiones

Después de la elección del perfil y obtenidas sus características aerodinámicas (C_l , C_d , α), se han calculado las fuerzas medias de sustentación y resistencia. El rango de fuerza obtenido en la sustentación es suficiente para poder elevar el helicóptero.

El momento resistente se ha calculado mediante la fuerza media de resistencia, que al multiplicarla a lo largo de toda la pala se ha obtenido un momento resistente medio. El mayor momento resistente y que consume mayor potencia se encuentra en el punto de obtención de la máxima sustentación.

Un 64,4 % de la potencia total que puede otorgar la turbina es utilizada para obtener la máxima sustentación por medio de 2 palas aerodinámicas.

No se aplicará el mismo método para el cálculo del rotor de cola como consecuencia de la gran variedad de rango de fuerza que puede aplicar, para mantener estable el helicóptero o hacerlo girar para cambiar de dirección.

Mediante documentos técnicos y guías de mantenimiento de helicópteros se establece que la cola tendrá una longitud aproximada de **6 metros** para evitar colisiones entre los dos rotores, la velocidad final de giro del rotor será de **3500 rpm** y el consumo de potencia tendrá un máximo del **15%** de la potencia total.

A2. Cálculos de diseño y conclusiones de engranajes

1era Iteración Engranaje cónico Recto (Caja de transmisión principal)

Potencia a Transmitir: $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 2,5	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	37	106,81	56,29
Rueda	20°	111	320.43	56,29

No =6000 rpm / Nf=2000 rpm

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{628,32} = 477,46 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 477,46}{0,10681} = 8940,36 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{8940,36}{56,29 * 2,5 * 0,46} = 138,11 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_{t, \text{máx}} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 56,29 * 2,5 * 0,46 = 42.497,54 \text{ N}$$

*Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 628,32 * \frac{106,81}{2} = 33555 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 33,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = 33,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 2013 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 2,04$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,325$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 138,11 \text{ MPa} * 56,19 \text{ mm} * 2,5 \text{ mm} * 0,325 * 2,04 = 12.885,75 \text{ N}$$

$$F_t, \text{máx} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 422,61 \text{ MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,2

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 MPa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 0,81$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (1era iteración)

El factor de seguridad (FS) a fatiga es inferior a 1. Como consecuencia esta iteración no es válida ya que no cumple con los requisitos. Su vida útil no es infinita al transmitir el 64,4% de la potencia necesaria para obtener la máxima sustentación

La fuerza tangencial generada es demasiado grande, creando así unos esfuerzos que el engranaje y el material por el cual está constituido no es capaz de soportar de manera indefinida.

Para poder rebajar la fuerza tangencial es necesario aumentar las dimensiones de los engranajes (Dp). Manteniendo el número de dientes igual, se aumentara el módulo del engranaje.

2da Iteración Engranaje cónico Recto (Caja de transmisión principal)**Potencia a Transmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	37	128,17	67,55
Rueda	20°	111	384,52	67,55

No =6000 rpm / Nf=2000 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)**

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{628,32} = 477,46 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 477,46}{0,12817} = 7450,41 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{7450,41}{67,55 * 3 * 0,46} = 79,92 \text{ MPa} \quad (\text{Tensión en el diente})$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 67,55 * 3 * 0,46 = 61.198,27 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 628,32 * \frac{128,17}{2} = 40265 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 40,26 \text{ m/s}$$

$$v = 40,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2415,6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 2,14$$

*Factor J AGMA, concentración de tensiones.

$$J = 0,34$$

*Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 79,92 \text{ MPa} * 67,55 \text{ mm} * 3 \text{ mm} * 0,34 * 2,14 = 11.784,05 \text{ N}$$

$$F_t, \text{máx} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 256,54 \text{ MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,2

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 Mpa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 1,34$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 919,98 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

$C_m = K_m = 1,2$

$C_s = K_s = 1$

$C_v = K_v = 1$

C_f (factor d'estado) = 1,25

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

I (factor geométrico) = 0,11

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia fatiga superficial) = 1000 MPa

C_l (factor de duración) = 0,85

C_t (factor de temperatura) = 1

C_r (factor de fiabilidad) = 0,85

C_h (factor de dureza) = 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,08$$

(FS > 1)

Conclusiones (2nda iteración)

Las dimensiones utilizadas en esta iteración y el material seleccionado, permiten que tanto el factor de seguridad a Fatiga y de Desgaste se encuentre por encima de la unidad. Esto significa que el engranaje tiene una vida infinita cuando trata de transmitir el 64,4% de la potencia total, necesaria para conseguir la máxima sustentación.

Notas

Dada la alta velocidad en la cual se encuentra girando el piñón (6000 rpm), el diseño de este par de engranajes cónicos rectos pasara a ser de engranajes cónicos helicoidales.

Los dientes helicoidales permiten un mayor contacto entre los dientes, no es solo un diente engranado y es más suave y menos ruidoso a altas velocidades.

3era Iteración Engranaje cónico Helicoidal (Caja de transmisión principal)

Potencia a Transmitir: $P = 466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3	α	β	z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	30°	37	128,17	78
Rueda	20°	30°	111	384,52	78

$N_o = 6000 \text{ rpm} / N_f = 2000 \text{ rpm}$

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{628,32} = 477,46 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 477,46}{0,12817} = 7450,41 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{7450,41}{78 * 3 * 0,46} = 69,21 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 78 * 3 * 0,46 = 70.665,66 \text{ N}$$

*Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 628,32 * \frac{128,17}{2} = 40265 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 40,26 \text{ m/s}$$

$$v = 40,26 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2415,6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 2,14$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,34$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 69,21 \text{ MPa} * 78 \text{ mm} * 3 \text{ mm} * 0,34 * 2,14 = 11.783,58 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 222,16 \text{ MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,2

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 MPa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 1,54$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 856,12 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

$C_m = K_m = 1,2$

$C_s = K_s = 1$

$C_v = K_v = 1$

C_f (factor d'estado)= 1,25

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

I (factor geométrico) = 0,11

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia fatiga superficial)= 1000 MPa

C_l (factor de duración)= 0,85

C_t (factor de temperatura)= 1

C_r (factor de fiabilidad)= 0,85

C_h (factor de dureza)= 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,16$$

(FS > 1)

Conclusiones (3era iteración)

Como consecuencias de las altas velocidades giratorias del engranaje, la mejor opción es la utilización de engranajes helicoidales. Manteniendo las dimensiones, pero aumentando la longitud del diente por su inclinación, los factores de seguridad aumentan.

Como consecuencia del uso de dientes helicoidales tenemos la aparición de una fuerza axial. Esta fuerza se tiene que tener en cuenta en el momento de diseño de los ejes.

Notas

Paralelamente al cálculo de este par de engranajes se ha llevado el cálculo del engranaje planetario. Se ha llegado la conclusión que para una menor dimensión del engranaje su velocidad de entrada debe ser de 1600 rpm.

Esto nos lleva a modificar este par de engranajes cónicos para que la velocidad de salida sea de 1600 rpm.

4ta Iteración Engranaje cónico Helicoidal (Caja de transmisión principal)**Potencia a Trasmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W} (64,4\%)$ **Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3,5	α	β	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	30°	32	129,33	96,59
Rueda	20°	30°	120	484,97	96,59

No =6000 rpm / Nf=1600 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)**

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{628,32} = 477,46 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 477,46}{0,12817} = 7383,59 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{7383,59}{96,59 * 3,5 * 0,46} = 47,48 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_{t, \text{máx}} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 96,59 * 3,5 * 0,46 = 102.092,25 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 628,32 * \frac{129,33}{2} = 40630 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 40,63 \text{ m/s}$$

$$v = 40,63 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2437,8 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 2,14$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,34$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 47,48 \text{ MPa} * 96,59 \text{ mm} * 3,5 \text{ mm} * 0,34 * 2,14 = 11.678,95 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 152,41 \text{ MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,2

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 MPa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 2,25$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 745,71 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

$C_m = K_m = 1,2$

$C_s = K_s = 1$

$C_v = K_v = 1$

C_f (factor d'estado) = 1,25

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

I (factor geométrico) = 0,115

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia fatiga superficial) = 1000 MPa

C_l (factor de duración) = 0,85

C_t (factor de temperatura) = 1

C_r (factor de fiabilidad) = 0,85

C_h (factor de dureza) = 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,34$$

(FS > 1)

Conclusiones (4rta iteración)

Al cambiar la velocidad de salida, la rueda se ha hecho mayor junto con la cara de contacto. Ha provocado un aumento de los factores de seguridad. Esto nos permite reducir el número de dientes para poder hacer todo más pequeño y mantener la velocidad de salida.

5^{ta} Iteración Engranaje cónico Helicoidal (Caja de transmisión principal)

Potencia a Transmitir: $P = 466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3,5	α	β	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	30°	28	113,16	84,52
Rueda	20°	30°	105	424,35	84,52

No =6000 rpm / Nf=1600 rpm

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{628,32} = 477,46 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 477,46}{0,12817} = 8443,97 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{8443,97}{84,52 * 3,5 * 0,46} = 62,05 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_{t, \text{máx}} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 84,52 * 3,5 * 0,46 = 89.334,68 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = \omega * r = 628,32 * \frac{113,16}{2} = 35550 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 35,55 \text{ m/s}$$

$$v = 35,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2133 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 2,07$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,31$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma * b * m * J * C_s = 62,05 \text{ MPa} * 84,52 \text{ mm} * 3,5 \text{ mm} * 0,31 * 2,07 = 11.778,80 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 192,66 \text{ MPa}$$

K_a (factor de aplicación)= 1,25

K_s (factor de tamaño)= 1

K_m (factor de distribución de carga)=1,2

K_v (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

S_t (Resistencia a flexión)= 325 MPa

K_t (factor de temperatura)= 1

K_l (factor duración)= 0,9

K_r (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 1,78$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 883,17 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

$C_m = K_m = 1,2$

$C_s = K_s = 1$

$C_v = K_v = 1$

C_f (factor d'estado)= 1,25

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

I (factor geométrico) = 0,108

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia a fatiga superficial)= 1000 MPa

C_l (factor de duración)= 0,85

C_t (factor de temperatura)= 1

C_r (factor de fiabilidad)= 0,85

C_h (factor de dureza)= 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,13$$

(FS > 1)

Conclusiones (5nta iteración)

Reduciendo el número de dientes se han podido reducir las dimensiones de ambos engranajes cónicos. Al mismo tiempo el factor de seguridad se mantiene por encima de la unidad tanto en fatiga como en desgaste.

1era Iteración Engranaje Planetario Recto (Sol) (Caja de transmisión principal)**Potencia a Trasmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 2,5	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Sol	20°	28	80,83	50
Planetas	20°	42	121,24	50
Corona	20°	112	323,32	50

Primera Ley: $Z_{\text{corona}} = Z_{\text{sol}} + 2 * Z_{\text{planeta}} = 28 + 2 * 42 = 112$ **Segunda Ley:** $\frac{Z_{\text{sol}}+Z_{\text{corona}}}{N_p} = N^+ \rightarrow \frac{28+112}{4} = 35$ **Velocidad entrada (Sol)** = 2000 rpm (209,44 rad/s)**Velocidad salida (Porta-planetas)** = 400 rpm (41,88 rad/s)

$$W_{pp} = W_{\text{sol}} * \frac{Z_{\text{sol}}}{Z_{\text{sol}} + Z_{\text{corona}}} = 209,44 * \frac{28}{28 + 112} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

No =2000 rpm / Nf=400 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Sol)**

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 2000 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 209,44 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{209,44} = 1432,39 \text{ N} * \text{m}$$

$$\frac{M_t}{N_{\text{planetas}}} = \frac{1432,39}{4} = 358,09 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{d} = \frac{2 * 358,09}{0,08083} = 8860,32 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{8860,32}{50 * 2,5 * 0,46} = 154,09 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 50 * 2,5 * 0,46 = 37.748,75\text{N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 209,44 * \frac{80,83}{2} = 8464 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 8,46\text{m/s}$$

$$v = 8,466 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 507,6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,52$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,38$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 154,09\text{MPa} * 50\text{mm} * 2,5\text{mm} * 0,38 * 1,52 = 11.125,30\text{N}$$

$$F_t, \text{màx} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * m * J} = 380,6\text{MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,3

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_I}{K_t * K_r} = 344,11\text{MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 Mpa

Kt (factor de temperatura)= 1

KI (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,8

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 0,90$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (1era iteración)

El factor de seguridad no llega a la unidad, la solución más fácil sería aumentar la longitud de la cara, pero nos quedaría un engranaje pequeño con un espesor muy grande.

Mantendremos un valor de $b = 50$ mm mientras el diámetro no supere los 100mm. Una vez los supere, $b = 0,5 \cdot D_p$ aprox.

Vamos a aumentar las dimensiones del engranaje para disminuir la fuerza tangencial.

2na Iteración Engranaje Planetario Recto (Sol) (Caja de transmisión principal)

Potencia a Transmitir: $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 2,5	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Sol	20°	32	92,38	50
Planetas	20°	48	138,56	50
Corona	20°	128	369,50	50

Primera Ley: $Z_{corona} = Z_{sol} + 2 * Z_{planeta} = 32 + 2 * 48 = 128$

Segunda Ley: $\frac{Z_{sol}+Z_{corona}}{N_{planetas}} = N^+ \rightarrow \frac{32+128}{4} = 40$

Velocidad entrada (Sol) = 2000 rpm (209,44 rad/s)

Velocidad salida (Porta-planetas) = 400 rpm (41,88 rad/s)

$$W_{pp} = W_{sol} * \frac{Z_{sol}}{Z_{sol} + Z_{corona}} = 209,44 * \frac{32}{32 + 128} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$N_o = 2000 \text{ rpm} / N_f = 400 \text{ rpm}$

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Sol)

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 2000 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 209,44 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{209,44} = 1432,39 \text{ N} * \text{m}$$

$$\frac{M_t}{N_{planetas}} = \frac{1432,39}{4} = 358,09 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{d} = \frac{2 * 358,09}{0,09238} = 7752,54 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{7752,54}{50 * 2,5 * 0,46} = 134,82 \text{ MPa} \quad (\text{Tensión en el diente})$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 50 * 2,5 * 0,46 = 37.748,75\text{N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 209,44 * \frac{92,38}{2} = 9674 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 9,67\text{m/s}$$

$$v = 9,67 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 580,2 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,56$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,39$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 134,82\text{MPa} * 50\text{mm} * 2,5\text{mm} * 0,39 * 1,56 = 10.253,06\text{N}$$

$$F_t, \text{máx} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * m * J} = 341,76\text{MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,3

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11\text{MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 Mpa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} 1,006$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * l} \right)^{0,5} = 1375,01 \text{ MPa}$$

$$C_a = K_a = 1,25$$

$$C_m = K_m = 1,3$$

$$C_s = K_s = 1$$

$$C_v = K_v = 1$$

$$C_f \text{ (factor d'estado)} = 1,25$$

$$C_p \text{ (Coeficiente elástico)} = 191 \text{ MPa}^{0.5}$$

$$l \text{ (factor geométrico)} = 0,083$$

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

$$S_c \text{ (Resistencia fatiga superficial)} = 1000 \text{ MPa}$$

$$C_l \text{ (factor de duración)} = 0,85$$

$$C_t \text{ (factor de temperatura)} = 1$$

$$C_r \text{ (factor de fiabilidad)} = 0,85$$

$$C_h \text{ (factor de dureza)} = 1$$

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 0,72$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (2na iteración)

Aunque el factor de seguridad en fatiga sea igual a 1 y valido, los valores de esfuerzo son mayores en el desgaste. El factor de seguridad es inferior a 1 en este apartado lo que significa que el desgaste será demasiado severo para los dientes.

Para seguir reduciendo los esfuerzos sobre los dientes, seguimos aumentando las dimensiones del engranaje Sol para reducir la fuerza tangencial. La fuerza tangencial es la característica que más afecta tanto a la fatiga como en el desgaste.

3era Iteración Engranaje Planetario Recto (Sol) (Caja de transmisión principal)**Potencia a Trasmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W} (64,4\%)$ **Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Sol	20°	28	96,99	50
Planetas	20°	42	145,49	50
Corona	20°	112	387,98	50

Primera Ley: $Z_{\text{corona}} = Z_{\text{sol}} + 2 * Z_{\text{planeta}} = 28 + 2 * 42 = 112$ **Segunda Ley:** $\frac{Z_{\text{sol}}+Z_{\text{corona}}}{N_{\text{planetas}}} = N^+ \rightarrow \frac{28+112}{4} = 35$ **Velocidad entrada (Sol)** = 2000 rpm (209,44 rad/s)**Velocidad salida (Porta-planetas)** = 400 rpm (41,88 rad/s)

$$W_{\text{pp}} = W_{\text{sol}} * \frac{Z_{\text{sol}}}{Z_{\text{sol}} + Z_{\text{corona}}} = 209,44 * \frac{28}{28 + 112} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

No =2000 rpm / Nf=400 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Sol)**

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 2000 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 209,44 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{209,44} = 1432,39 \text{ N} * \text{m}$$

$$\frac{M_t}{N_{\text{planetas}}} = \frac{1432,39}{4} = 358,09 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{d} = \frac{2 * 358,09}{0,09699} = 7384,06 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{7384,06}{50 * 3 * 0,46} = 107,01 \text{ MPa} \quad (\text{Tensión en el diente})$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 50 * 3 * 0,46 = 45.298,5 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 209,44 * \frac{96,99}{2} = 10.156,8 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 10,15 \text{m/s}$$

$$v = 10,15 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 609 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,57$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,38$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 107,01 \text{MPa} * 50 \text{mm} * 3 \text{mm} * 0,38 * 1,57 = 9.576,32 \text{N}$$

$$F_t, \text{màx} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * m * J} = 273 \text{MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,3

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_I}{K_t * K_r} = 344,11 \text{MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 Mpa

Kt (factor de temperatura)= 1

KI (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 1,26$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * l} \right)^{0,5} = 1296,9 \text{ MPa}$$

$$C_a = K_a = 1,25$$

$$C_m = K_m = 1,3$$

$$C_s = K_s = 1$$

$$C_v = K_v = 1$$

$$C_f \text{ (factor d'estado)} = 1,25$$

$$C_p \text{ (Coeficiente elástico)} = 191 \text{ MPa}^{0.5}$$

$$l \text{ (factor geométrico)} = 0,087$$

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

$$S_c \text{ (Resistencia fatiga superficial)} = 1000 \text{ MPa}$$

$$C_l \text{ (factor de duración)} = 0,85$$

$$C_t \text{ (factor de temperatura)} = 1$$

$$C_r \text{ (factor de fiabilidad)} = 0,85$$

$$C_h \text{ (factor de dureza)} = 1$$

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 0,77$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (3era Iteración)

Si siguiéramos aumentando las dimensiones, tanto diámetro y longitud de cara, para poder conseguir factores de seguridad iguales o superiores a la unidad, la dimensión final sería demasiado grande.

Notas

*Se plantea el diseño para añadir un quinto engranaje planeta. Esto permitiría que las fuerzas en cada diente en contacto sea menor y la posibilidad de incluso reducir dimensiones.

*Para poder encajar 5 engranajes planetarios tanto el engranaje Sol como el engranaje planeta deberían tener las mismas dimensiones o que los planetas fuesen más pequeños.

*Para una dimensión mínima en todo el engranaje planetario, tanto el engranaje Sol como el engranaje Planeta serán iguales en dimensiones.

*Este cambio también provocaría que la velocidad de salida fuese diferente a 400 rpm. En el caso de que saliera bien, se tendrían que modificar los engranajes cónicos para obtener una velocidad de salida de 1600 rpm.

m=2.5

z	35	40	45
d	101,04	115,47	129,90
Ft	7088,51	6202,45	5513,29

m=2.75

z	35	40
d	111,14	127,02
Ft	6444,10	5638,59

m=3

z	30	35
d	103,92	121,24
Ft	6891,61	5907,10

Un vez comparados estos datos se empezara comprobando aquel que proporciona una fuerza tangencial más baja para poder saber al final si se pueden disminuir más o no las dimensiones.

4rta Iteración Engranaje Planetario Recto (Sol) (Caja de transmisión principal)

Potencia a Trasmitir: $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 2,5	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Sol	20°	45	129,9	65
Planetas	20°	45	129,9	65
Corona	20°	135	389,71	65

Primera Ley: $Z_{corona} = Z_{sol} + 2 * Z_{planeta} = 45 + 2 * 45 = 135$

Segunda Ley: $\frac{Z_{sol}+Z_{corona}}{N_{planetas}} = N^+ \rightarrow \frac{45+135}{5} = 36$

Velocidad entrada (Sol) = 1600 rpm (167,55 rad/s)

Velocidad salida (Porta-planetas) = 400 rpm (41,88 rad/s)

$$W_{pp} = W_{sol} * \frac{Z_{sol}}{Z_{sol} + Z_{corona}} = 167,55 * \frac{45}{45 + 135} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

No =1600 rpm / Nf= 400rpm

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Sol)

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 1600 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 167,55 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{167,55} = 1790,51 \text{ N} * \text{m}$$

$$\frac{M_t}{N_{planetas}} = \frac{1790,51}{5} = 358,10 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{d} = \frac{2 * 358,10}{0,12990} = 5513,47 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{5513,47}{65 * 2,5 * 0,46} = 73,75 \text{ MPa} \quad (\text{Tensión en el diente})$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_{t, \text{máx}} = \sigma F * b * m * Y = 656,5 * 65 * 2,5 * 0,46 = 49.073,37\text{N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 167,55 * \frac{129,90}{2} = 10.882 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 10,88\text{m/s}$$

$$v = 10,88 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 652,8 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,59$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,42$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 73,75\text{MPa} * 65\text{mm} * 2,5\text{mm} * 0,42 * 1,59 = 8.003,16\text{N}$$

$$F_{t, \text{màx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * m * J} = 205,21\text{MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,4

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{S_t * K_I}{K_t * K_r} = 344,11\text{MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 Mpa

Kt (factor de temperatura)= 1

KI (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} 1,67$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * l} \right)^{0,5} = 978,5 \text{ Mpa}$$

$$C_a = K_a = 1,25$$

$$C_m = K_m = 1,4$$

$$C_s = K_s = 1$$

$$C_v = K_v = 1$$

$$C_f \text{ (factor d'estado)} = 1,25$$

$$C_p \text{ (Coeficiente elástico)} = 191 \text{ Mpa}^{0.5}$$

$$l \text{ (factor geométrico)} = 0,079$$

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ Mpa}$$

$$S_c \text{ (Resistencia fatiga superficial)} = 1000 \text{ Mpa}$$

$$C_l \text{ (factor de duración)} = 0,85$$

$$C_t \text{ (factor de temperatura)} = 1$$

$$C_r \text{ (factor de fiabilidad)} = 0,85$$

$$C_h \text{ (factor de dureza)} = 1$$

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,02$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (4rta iteración)

Con estos resultados podemos dar por validas las dimensiones elegidas para el engranaje planetario. Desde la última iteración no valida solo sea aumentado 2 mm el diámetro del engranaje corona.

Para seguir mejorando el diseño vamos a mirar si podemos reducir el número de dientes de los engranajes. Para ello vamos a aumentar el módulo del engranaje y a si poder mantener las dimensiones establecidas en esta ultima iteración.

$m=2.75$

Zsol	Dp sol [mm]	Zcorona	Dp corona [mm]
41	130,19	123	390,58

$m=3$

Zsol	Dp sol [mm]	Zcorona	Dp corona [mm]
37	128,17	111	384,52

$m=3,25$

Zsol	Dp sol [mm]	Zcorona	Dp corona [mm]
35	131,35	105	394,04

$m=3,5$

Zsol	Dp sol [mm]	Zcorona	Dp corona [mm]
32	129,33	96	387,98

$m=3,75$

Zsol	Dp sol [mm]	Zcorona	Dp corona [mm]
30	129,90	90	389,71

Con un módulo de 3,75 podemos obtener las mismas dimensiones que la anterior iteración valida, a demás podemos reducir el número de dientes de todos los engranajes que forman parte del engranaje planetario

5ta Iteración Engranaje Planetario Recto (Sol) (Caja de transmisión principal)**Potencia a Transmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$ (64,4%)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3,75	α	Z	Dp [mm]	b [mm]
Sol	20°	30	129,9	65
Planetas	20°	30	129,9	65
Corona	20°	90	389,71	65

Primera Ley: $Z_{\text{corona}} = Z_{\text{sol}} + 2 * Z_{\text{planeta}} = 30 + 2 * 30 = 90$ **Segunda Ley:** $\frac{Z_{\text{sol}}+Z_{\text{corona}}}{N_{\text{planetas}}} = N^+ \rightarrow \frac{30+90}{5} = 24$ **Velocidad entrada (Sol)** = 1600 rpm (167,55 rad/s)**Velocidad salida (Porta-planetas)** = 400 rpm (41,88 rad/s)

$$W_{pp} = W_{\text{sol}} * \frac{Z_{\text{sol}}}{Z_{\text{sol}} + Z_{\text{corona}}} = 167,55 * \frac{45}{45 + 135} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

No = 1600 rpm / Nf = 400 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Sol)**

$$M_t = \frac{P}{w}$$

$$w = 1600 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 167,55 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{300.000}{167,55} = 1790,51 \text{ N} * \text{m}$$

$$\frac{M_t}{N_{\text{planetas}}} = \frac{1790,51}{5} = 358,10 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{d} = \frac{2 * 358,10}{0,12990} = 5513,47 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{5513,47}{65 * 3,75 * 0,46} = 49,17 \text{ MPa} \quad (\text{Tensión en el diente})$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 65 * 3,75 * 0,46 = 73.610,06\text{N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = w * r = 167,55 * \frac{129,90}{2} = 10.882 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 10,88\text{m/s}$$

$$v = 10,88 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60\text{s}}{1\text{min}} = 652,8 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,59$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,37$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 73,75\text{MPa} * 65\text{mm} * 2,5\text{mm} * 0,37 * 1,59 = 7050,88\text{N}$$

$$F_t, \text{máx} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * m * J} = 136,81\text{MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,4

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_I}{K_t * K_r} = 344,11\text{MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 Mpa

Kt (factor de temperatura)= 1

KI (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 2,51$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * l} \right)^{0,5} = 924,31 \text{ Mpa}$$

$$C_a = K_a = 1,25$$

$$C_m = K_m = 1,4$$

$$C_s = K_s = 1$$

$$C_v = K_v = 1$$

$$C_f \text{ (factor d'estado)} = 1,25$$

$$C_p \text{ (Coeficiente elástico)} = 191 \text{ Mpa}^{0.5}$$

$$l \text{ (factor geométrico)} = 0,078$$

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ Mpa}$$

$$S_c \text{ (Resistencia fatiga superficial)} = 1000 \text{ Mpa}$$

$$C_l \text{ (factor de duración)} = 0,85$$

$$C_t \text{ (factor de temperatura)} = 1$$

$$C_r \text{ (factor de fiabilidad)} = 0,85$$

$$C_h \text{ (factor de dureza)} = 1$$

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,08$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (5ta iteración)

Al aumentar el módulo y reducir el número de dientes, al mismo tiempo también se han reducido algunas tensiones. A demás, tanto el factor de seguridad a fatiga como de desgaste han aumentado.

TRANSMISION PRINCIPAL

- Todo y haber empezado primero por el diseño de los engranajes cónicos y dar una velocidad de salida de 2000 rpm, se cambio para obtener las dimensiones mínimas del engranaje planetario.
- Para obtener las dimensiones mínimas del engranaje planetario el engranaje Sol y los engranajes planeta tenían que tener las mismas dimensiones. Es por eso que se cambio de una velocidad de entrada de 2000 rpm a una de 1600 rpm.
- Al volver a diseñar los engranajes cónicos para permitir una velocidad de salida de 1600 rpm, la longitud de contacto aumentaba. Esto permitía que los factores de seguridad aumentasen, lo que nos permitía volver a diseñarlos y al final conseguir unas dimensiones aun más pequeñas que los diseños anteriores a lo correspondiente al piñón.

Engranajes cónicos

m=3.5	Piñón	Rueda
Z	28	105
Dp [mm]	113,16	424,35

No = 6000 rpm

Nf = 1600 rpm

Engranaje Planetario

m=3.75	Sol	Planeta	Corona
Z	30	30	90
Dp [mm]	129,90	129,90	389,71

No = 1600 rpm

Nf = 400 rpm

1era Iteración Engranaje cónico helicoidal (Caja de transmisión de cola)

Potencia a Transmitir: $P = 466.000 \text{ W} * 0,15 = 69.900 \text{ W}$ (15%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 2,5	α	β	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	30°	21	60,62	23,15
Rueda	20°	30°	36	103,92	23,15

No= 6000 rpm / Nf=3500 rpm

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{69.900}{628,32} = 111,25 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 111,25}{0,06062} = 3670,40 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{3670,40}{23,15 * 2,5 * 0,46} = 137,86 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 23,15 * 2,5 * 0,46 = 17.477,67 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = \omega * r = 628,32 * \frac{60,62}{2} = 19044 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 19,04 \text{ m/s}$$

$$v = 19,04 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1142,4 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,78$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,24$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 138,86 \text{ MPa} * 23,15 \text{ mm} * 2,5 \text{ mm} * 0,24 * 1,78 = 3.408,47 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Notas → La fuerza tangencial estática es mayor que la dinámica ($J * C_s < Y$). Para el cálculo de resistencia a fatiga y Desgaste se utilizara la de mayor magnitud.

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 495,46 \text{ MPa}$$

K_a (factor de aplicación)= 1,25

K_s (factor de tamaño)= 1

K_m (factor de distribución de carga)=1,5

K_v (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

S_t (Resistencia a flexión)= 325 MPa

K_t (factor de temperatura)= 1

K_l (factor duración)= 0,9

K_r (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 0,69$$

$$(FS < 1)$$

Conclusiones (1era iteración)

El factor de seguridad (FS) a fatiga es inferior a 1. La iteración no es válida ya que no cumple con los requisitos de vida útil. La fuerza que se transmite entre los engranajes es demasiado elevada al transmitir el 15% de la potencia.

La fuerza tangencial generada es demasiado grande, para poder rebajar-la es necesario aumentar las dimensiones de los engranajes (D_p). Manteniendo el número de dientes igual, se aumentara el módulo del engranaje.

2da Iteración Engranaje cónico helicoidal (Caja de transmisión de cola)**Potencia a Transmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,15 = 69.900 \text{ W} (15\%)$ **Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3,5	α	β	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	30°	21	84,87	32,42
Rueda	20°	30°	36	145,49	32,42

No= 6000 rpm / Nf= 3500 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)**

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{69.900}{628,32} = 111,25 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 111,25}{0,08487} = 2621,65 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{2621,65}{32,42 * 3,5 * 0,46} = 50,22 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 32,42 * 3,5 * 0,46 = 34.266,80 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = \omega * r = 628,32 * \frac{84,87}{2} = 26662 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 26,66 \text{ m/s}$$

$$v = 26,66 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1599,6 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,93$$

*Factor J AGMA, concentración de tensiones.

$$J = 0,24$$

*Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 50,22 \text{ MPa} * 32,42 \text{ mm} * 23,5 \text{ mm} * 0,24 * 1,93 = 2.639,52 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 181,73 \text{ MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,5

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 MPa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 1,89$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 1025,46 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

$C_m = K_m = 1,5$

$C_s = K_s = 1$

$C_v = K_v = 1$

C_f (factor d'estado) = 1,25

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

I (factor geométrico) = 0,108

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia fatiga superficial) = 1000 MPa

C_l (factor de duración) = 0,85

C_t (factor de temperatura) = 1

C_r (factor de fiabilidad) = 0,85

C_h (factor de dureza) = 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 0,97$$

(FS < 1)

Conclusiones (2nda iteración)

Nos acercamos a las dimensiones mínimas necesarias. La resistencia a fatiga tiene un $FS > 1$ y el de desgaste esta próximo, pero por debajo. Mantendremos el módulo igual y añadiremos los dientes necesarios para obtener la misma relación de transmisión.

3era Iteración Engranaje cónico helicoidal (Caja de transmisión de cola)

Potencia a Transmitir: $P = 466.000 \text{ W} * 0,15 = 69.900 \text{ W}$ (15%)

Material: AISI 4140 $\sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3,5	α	β	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	30°	28	113,16	43,22
Rueda	20°	30°	48	193,99	43,22

No= 6000 rpm / Nf= 3500 rpm

Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{69.900}{628,32} = 111,25 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 111,25}{0,113} = 1969,02 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{1969,02}{43,22 * 3,5 * 0,46} = 28,29 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_t, \text{máx} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 43,22 * 3,5 * 0,46 = 45.682,02 \text{ N}$$

*Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = \omega * r = 628,32 * \frac{113}{2} = 35500 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 35,50 \text{ m/s}$$

$$v = 35,50 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 2130 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 2,07$$

***Factor J AGMA, concentración de tensiones.**

$$J = 0,26$$

***Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.**

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 28,29 \text{ MPa} * 43,22 \text{ mm} * 3,5 \text{ mm} * 0,26 * 2,07 = 2.303,18 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 109,80 \text{ MPa}$$

K_a (factor de aplicación)= 1,25

K_s (factor de tamaño)= 1

K_m (factor de distribución de carga)=1,5

K_v (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

S_t (Resistencia a flexión)= 325 MPa

K_t (factor de temperatura)= 1

K_l (factor duración)= 0,9

K_r (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 3,13$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 701,23 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

C_f (factor d'estado) = 1,25

$C_m = K_m = 1,5$

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

$C_s = K_s = 1$

I (factor geométrico) = 0,108

$C_v = K_v = 1$

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia fatiga superficial) = 1000 MPa

C_r (factor de fiabilidad) = 0,85

C_l (factor de duración) = 0,85

C_h (factor de dureza) = 1

C_t (factor de temperatura) = 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,42$$

(FS > 1)

Conclusiones (3era iteración)

Se ha conseguido obtener tanto para el factor de seguridad a fatiga como el de desgaste un valor superior a 1. Creemos que el número de dientes añadido para mantener la relación de transmisión es demasiado elevado. Volveremos al número de dientes mínimo y buscaremos el módulo mínimo necesario para satisfacer las necesidades.

4ta Iteración Engranaje cónico helicoidal (Caja de transmisión de cola)**Potencia a Transmitir:** $P=466.000 \text{ W} * 0,15 = 69.900 \text{ W} (15\%)$ **Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ HB=321

m= 3,75	α	β	Z	Dp [mm]	b [mm]
Piñón	20°	20°	21	90	34
Rueda	20°	20°	36	155	34

No= 6000 rpm / Nf= 3500 rpm**Cálculo de la Fuerza tangencial y tensión en el diente (Piñón)**

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2\pi}{60} = 628,32 \text{ rad/s}$$

$$M_t = \frac{69.900}{628,32} = 111,25 \text{ N} * \text{m}$$

$$F_t = \frac{2 * M_t}{D_p} = \frac{2 * 111,25}{0,090} = 2.472,22 \text{ N}$$

$$F_t = \sigma_d * b * m * Y \quad \text{Donde} \quad Y = \frac{s^2}{6 * m * h} = 0,46$$

$$\sigma_d = \frac{F_t}{b * m * Y} = \frac{2.472,22}{34 * 3,75 * 0,46} = 42,15 \text{ MPa (Tensión en el diente)}$$

Cálculo de resistencia a Flexión

$$F_{t, \text{máx}} = \sigma_F * b * m * Y = 656,5 * 34 * 3,75 * 0,46 = 38.503,75 \text{ N}$$

***Cálculo del factor Cs de efectos dinámicos (Para engranajes montados con precisión).**

$$C_s = \frac{43 * \sqrt{v}}{43}$$

$$v = \omega * r = 628,32 * \frac{90}{2} = 28274 \frac{\text{mm}}{\text{s}} = 28,27 \text{ m/s}$$

$$v = 28,27 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1696,2 \frac{\text{m}}{\text{min}}$$

$$C_s = 1,95$$

*Factor J AGMA, concentración de tensiones.

$$J = 0,24$$

*Cálculo de la fuerza tangencial aplicando efectos dinámicos.

$$F_t = \sigma_d * b * m * J * C_s = 42,15 \text{ MPa} * 34 \text{ mm} * 3,75 \text{ mm} * 0,24 * 1,95 = 2515,09 \text{ N}$$

$$F_{t, \text{máx}} > F_t$$

Cálculo de resistencia a Fatiga

$$\sigma = \frac{K_a * K_m * K_s}{K_v} * \frac{F_t}{b * J * m} = 154,11 \text{ MPa}$$

Ka (factor de aplicación)= 1,25

Ks (factor de tamaño)= 1

Km (factor de distribución de carga)=1,5

Kv (factor dinámico)= 1

$$\sigma_{adm} = \frac{S_t * K_l}{K_t * K_r} = 344,11 \text{ MPa}$$

St (Resistencia a flexión)= 325 MPa

Kt (factor de temperatura)= 1

Kl (factor duración)= 0,9

Kr (factor de fiabilidad)= 0,85

$$FS = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma} = 2,23$$

$$(FS > 1)$$

Cálculo de resistencia al Desgaste

$$\sigma_c = C_p * \left(\frac{C_a * C_m * C_s * C_f}{C_v} * \frac{F_t}{b * D_p * I} \right)^{0,5} = 949,20 \text{ MPa}$$

$C_a = K_a = 1,25$

$C_m = K_m = 1,5$

$C_s = K_s = 1$

$C_v = K_v = 1$

C_f (factor d'estado) = 1,25

C_p (Coeficiente elástico) = $191 \text{ MPa}^{0.5}$

I (factor geométrico) = 0,108

$$\sigma_{c, adm} = \frac{(S_c * C_l * C_h)}{C_t * C_r} = 1000 \text{ MPa}$$

S_c (Resistencia fatiga superficial) = 1000 MPa

C_l (factor de duración) = 0,85

C_t (factor de temperatura) = 1

C_r (factor de fiabilidad) = 0,85

C_h (factor de dureza) = 1

$$FS = \frac{\sigma_{c, adm}}{\sigma_c} = 1,05$$

(FS > 1)

Conclusiones (4rta iteración)

Con esta iteración obtenemos unas características para el engranaje que son capaces de resistir tanto a fatiga como al desgaste de manera indefinida. Con las mínimas dimensiones posibles que puede tener el engranaje dado el material del que está constituido y la potencia que tiene que transmitir.

TRANSMISION DE COLA

- La caja de transmisión de cola es tan solo un sistema reductor y de cambio de plano en una sola etapa.
- Se ha pasado de una velocidad de 6000 rpm a 3500 rpm que permitirá al rotor establecer un rango de fuerzas que permitan equilibrar el helicóptero y hacerlo girar para cambiar de dirección.

Engranajes cónicos

m=3.75	Piñón	Rueda
Z	21	36
Dp [mm]	90	155

No = 6000 rpm

Nf = 3500 rpm

A3. Cálculos de diseño y conclusiones de ejes

1era Iteración Árbol de Transmisión 1 (Caja de transmisión principal)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a izquierda, giro horario de cara al motor.

Longitud de cono (X_b) = 70 mm y Diámetro (D_p)= 113 mm.

D= 40 mm L=270 mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (Φ)
Ángulos	20°	30°	14,93°

$$F_t = 11.778,80 \text{ N}$$

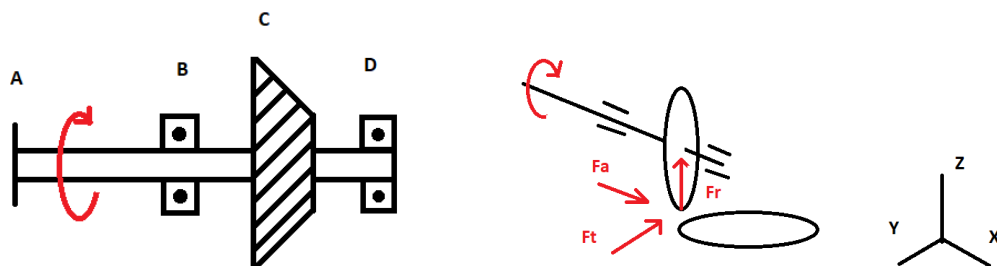
$$F_r = F_t * \tan(\alpha) * \cos(\Phi) = 4142,40 \text{ N}$$

$$F_{a1} = F_t * \tan(\alpha) * \sin(\Phi) = 1104,53 \text{ N (eje X negativo)}$$

$$F_{a2} = F_t * \tan(\beta) = 6800,5 \text{ N (eje X positivo)}$$

$$F_a \text{ total} = 5695,93 \text{ N (eje X positivo)}$$

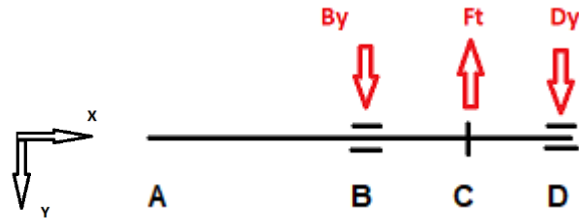
$$M_t = F_t * r = 666,44 \text{ N} * \text{m}$$



Separación entre Engranaje y rodamientos = 25 mm.

Eje exterior a la transmisión que conecta con el eje de la turbina (A-B) = 100 mm.

$$\text{Distancia entre cargas y cojinetes} = \frac{X_b}{2} + 25 = \frac{70}{2} + 25 = 60 \text{ mm.}$$

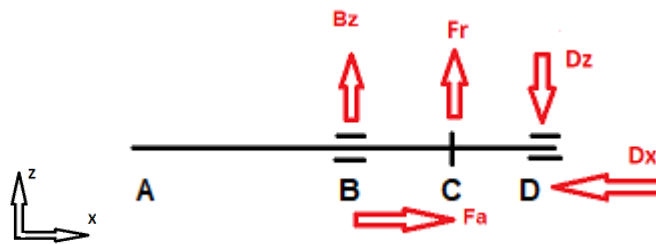


$$\Sigma M_b = 0 \text{ antihorari}(+)$$

$$11.778,80 \text{ N} * 60 \text{ mm} - D_y * 120 \text{ mm} = 0 \rightarrow D_y = 5889,4 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-B_y + 11.778,8 \text{ N} - 5889,4 \text{ N} = 0 \rightarrow B_y = 5889,4 \text{ N}$$



$$\Sigma M_b = 0 \text{ antihorari}(+)$$

$$4.142,40 \text{ N} * 60 \text{ mm} + 5695,93 \text{ N} * \frac{113}{2} \text{ mm} - D_z * 120 \text{ mm} = 0 \rightarrow D_z = 4753 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$B_z + 4.142,40 - 4753 = 0 \rightarrow B_z = 610,6 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$5695,93 \text{ N} - D_x = 0 \rightarrow D_x = 5695,93 \text{ N}$$

Diagramas de solicitaciones

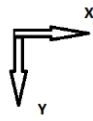


Diagrama Cortante

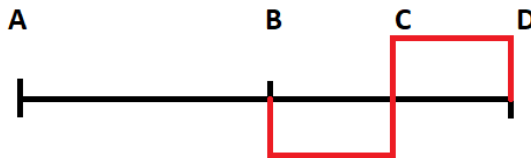


Diagrama Flector

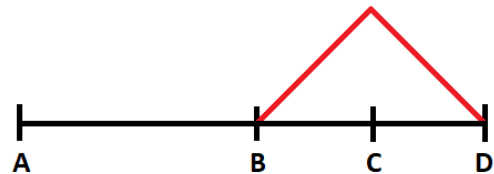


Diagrama Torsión

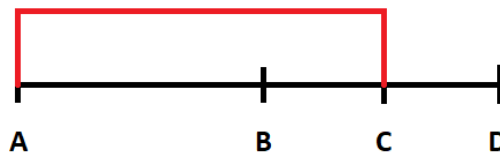


Diagrama Cortante: Los esfuerzos cortantes son contrarrestados por los cojinetes en las secciones B y D. La sección más afectada sería la C, donde se encuentra el engranaje.

Diagrama Flector: En la sección C el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $353,36 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Diagrama Torsión: El valor se mantiene a $666,44 \text{ N}\cdot\text{m}$ a lo largo de las secciones A, B y C.

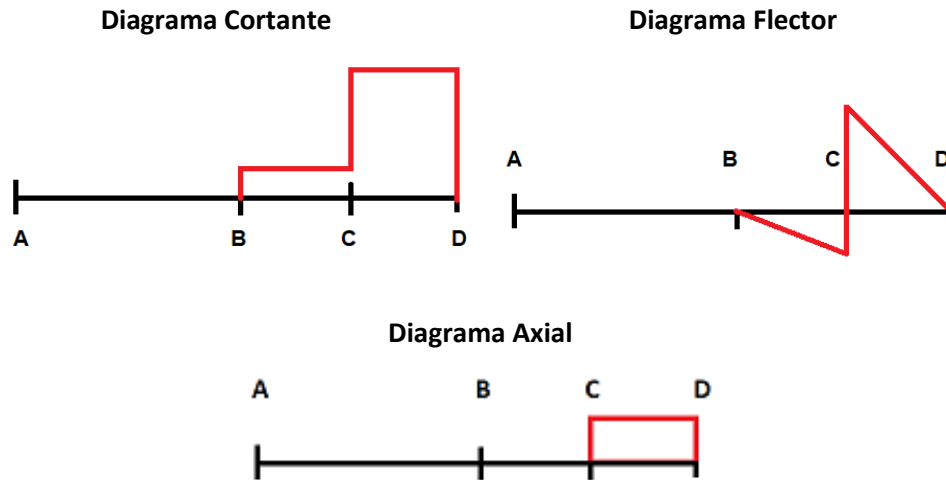


Diagrama Cortante: Desde esta vista la sección D soporta un mayor salto en esfuerzo cortante, pero tanto en B como en C también aparecen.

Diagrama Flector: En la sección C el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $285,18 \text{ N}\cdot\text{m}$ y el valor mínimo en la misma sección es de $-39,64 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Diagrama Axial: El esfuerzo axial creado en el engranaje de la sección C, es contrarrestado por el cojinete en la sección D.

Discusión de la sección Crítica

A lo largo de todo el eje el diámetro se mantiene constante, se evita así los posibles factores de entalla por variación de diámetro. Esto también nos permite estudiar cada sección fácilmente observando los diagramas.

Los esfuerzos cortantes y axiales no afectan en gran consideración al eje ya que estos esfuerzos son contrarrestados por los cojinetes que sostienen el eje. Nos vamos a fijar más en los esfuerzos flectores y de torsión.

Solo la sección C se ve afectada por los esfuerzos flectores y los de torsión tanto A, B y C. la sección C es la de menor resistencia por contener una chaveta que mantiene el engranaje.

Sección Crítica será 'C'

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{fz} = 353,36 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ y } M_{fy} = 285,18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{Ft} = \sqrt{353,36^2 + 285,18^2} = 454,08 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 666,44 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_{\text{flex. máx}} = \frac{M_{Ft}}{I} \cdot y_{\text{máx}} = \frac{454,08}{\frac{\pi}{64} \cdot 0,04^4} \cdot \frac{0,04}{2} = 72,26 \text{ MPa}$$

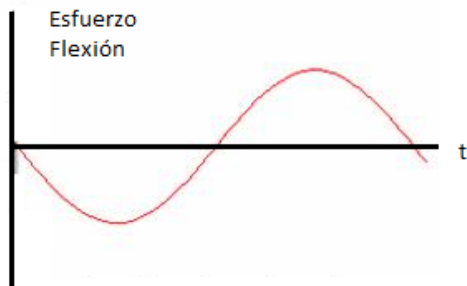
$$I = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 \text{ momento de inercia en seccion circular}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} \cdot y_{\text{máx}} = \frac{666,44}{\frac{\pi}{32} \cdot 0,04^4} \cdot \frac{0,04}{2} = 53,03 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

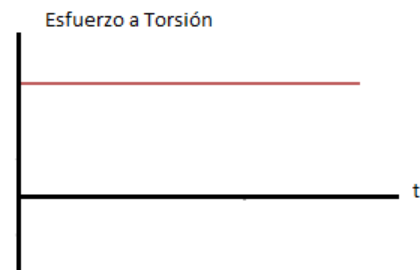
Ciclos de carga



Esfuerzo ciclico

Tension Máxima (σ_a) = 72,26 MPa

Tension media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante

Tensión Máxima (τ_a) = 0

Tension Media (τ_m) = 53,03 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección C

$\sigma_a \text{ eq} = 72,26 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 91,85 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección C

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 109,49 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,83$

$K_c = 1$

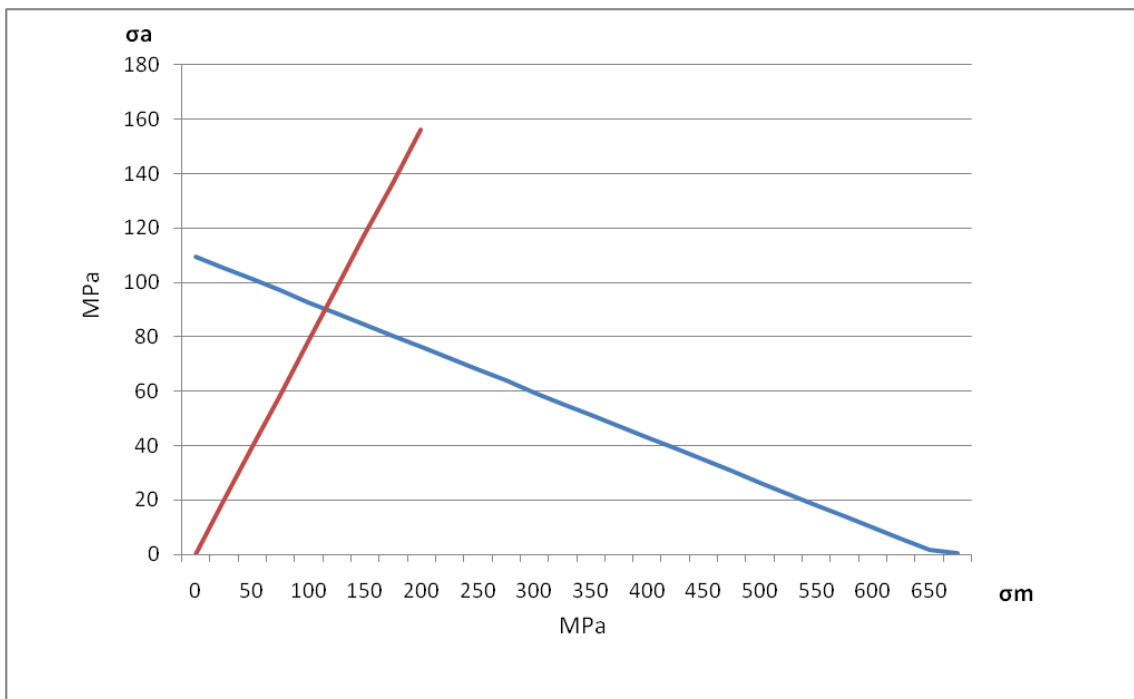
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 3$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 114,83 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 1,25$$

Conclusiones

Este diametro tendra una vida a fatiga infinita. Comprovamos si el siguiente diametro normalizada inferior lo hara o no. En el caso de no hacerlo, ya tendremos solución al primer eje.

2da Iteración Árbol de Transmisión 1 (Caja de transmisión principal)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a izquierda, giro Horario de cara al motor.

Longitud de cono (X_b) = 70 mm y Diámetro (D_p)= 113 mm.

D= 35 mm L=270 mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	14,93°

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{fz} = 354,36 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ i } M_{fy} = 285,18 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{ft} = \sqrt{354,36^2 + 285,18^2} = 454,08 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 666,44 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} * y \text{ máx} = \frac{454,08}{\frac{\pi}{64} * 0,035^4} * \frac{0,035}{2} = 107,87 \text{ MPa}$$

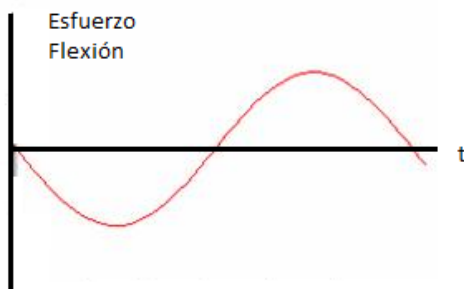
$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} * y \text{ máx} = \frac{666,44}{\frac{\pi}{32} * 0,035^4} * \frac{0,035}{2} = 79,16 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

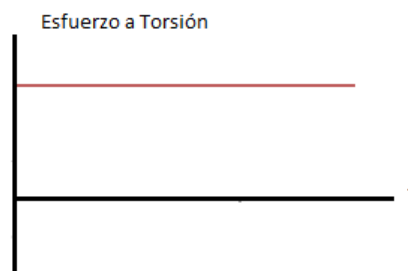
Ciclos de carga



Esfuerzo ciclico

Tension Máxima (σ_a) = 107,87 MPa

Tension media (σ_m)= 0



Esfuerzo constante

Tensión Máxima (τ_a)=0

Tension Media (τ_m) = 79,16 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección C

$\sigma_a \text{ eq} = 107,87 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 137,10 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección C

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 110,81 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_e = 0,897$

$K_b = 0,84$

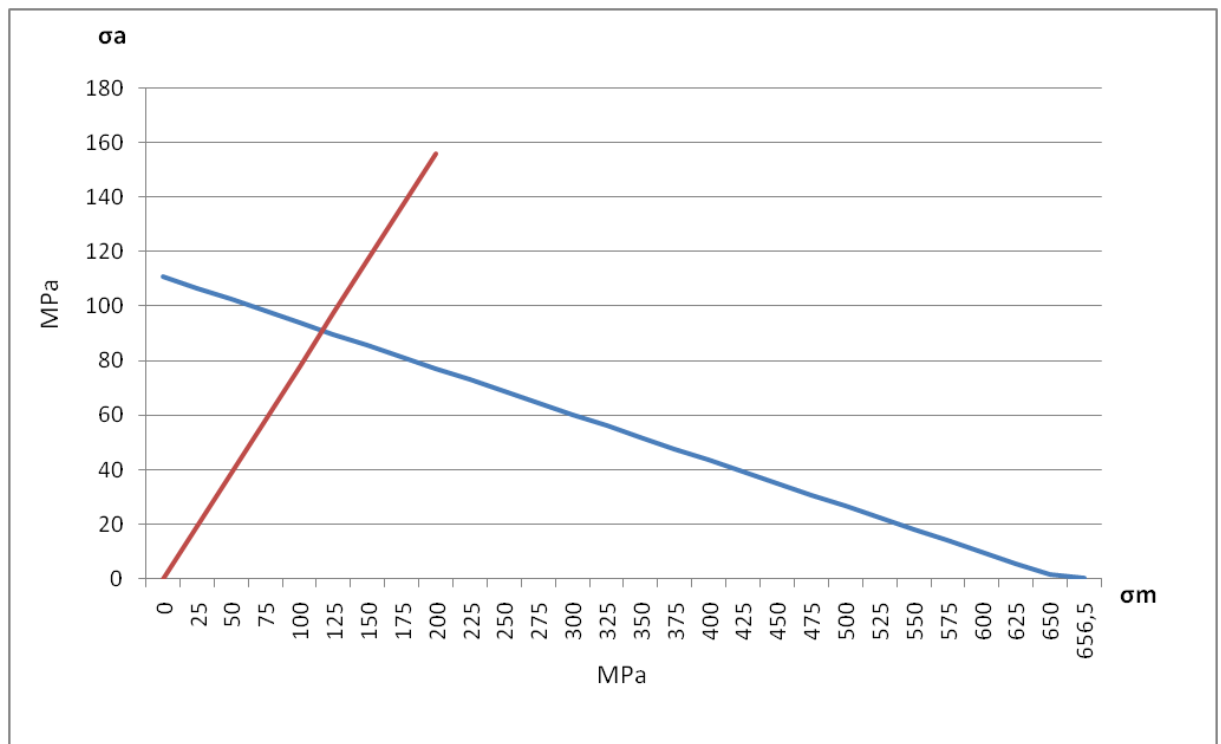
$K_f = 3$

$K_c = 1$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

$K_d = 1$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 115,96 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 0,84$$

Conclusiones

Con un diametro de 35mm el eje no es capaz de soportar de manera infinita los esfuerzos que se generan. Se utilizara un eje de diametro 40mm el cual si es capaz de soportar los esfuerzos y tener una vida infinita a fatiga (FS=1,25).

1era Iteración Árbol de Transmisión 2 (Caja de transmisión principal)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a derecha, diámetro (D_p)= 424mm y longitud de cono (X_b)= 18 mm.

Engranaje Circular recto de diámetro (D_p)=130mm y longitud de cara (b)= 65mm.

Engranaje Circular Recto

Las fuerzas tangenciales y radiales son idénticas entre si y su disposición en forma de pentágono regular provocan que se anulen entre ellas mismas. El momento de torsión por eso no se anula, ya que afecta a lo largo de todo el eje.

Engranaje Cónico Helicoidal

D= 60 mm L=350mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	75,07°

$$F_t = 11.778,80 \text{ N}$$

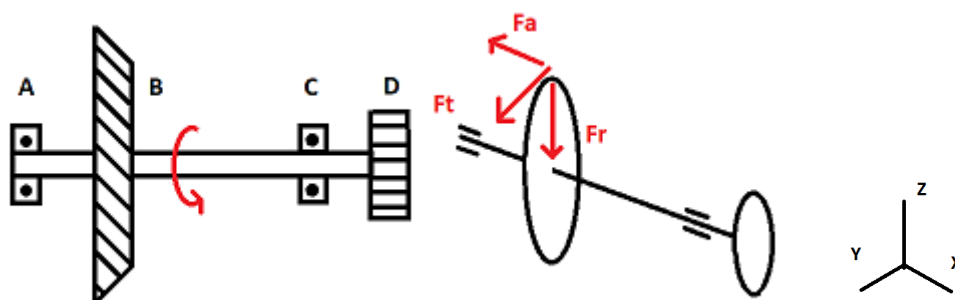
$$F_r = F_t * \tan(\alpha) * \cos(\Phi) = 1104,53 \text{ N}$$

$$F_{a1} = F_t * \tan(\alpha) * \sin(\Phi) = 4142,40 \text{ N (eje X negativo)}$$

$$F_{a2} = F_t * \tan(\beta) = 6800,5 \text{ N (eje X negativo)}$$

$$F_a \text{ total} = 10942,9 \text{ N (eje X negativo)}$$

$$M_t = F_t * r = 2499,16 \text{ N} * \text{m}$$



Separación entre Engranaje B y rodamiento A = 25 mm.

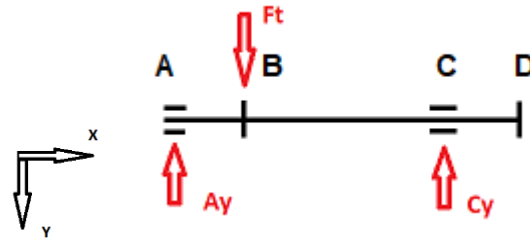
Separación entre Engranaje D y rodamiento C = 25 mm.

Separación entre Engranaje B y rodamiento C = 167 mm (167mm > Dp piñón Cónico).

Separación entre cargas de A y B = $25 + \frac{xb}{2} = 34 \text{ mm}$.

Separación entre cargas B y C = $167 + \frac{xb}{2} = 176 \text{ mm}$.

Separación entre cargas C y D = $25 + \frac{b}{2} = 57,5 \text{ mm}$.

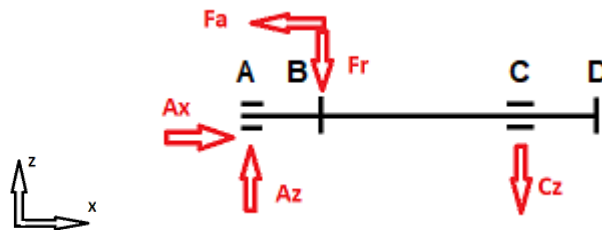


$$\Sigma M_a = 0 \text{ antihorari}(+)$$

$$-11.778,80 \text{ N} * 34 \text{ mm} + C_y * 210 \text{ mm} = 0 \rightarrow C_y = 1907 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$A_y - 11.778,8 \text{ N} + 1907 \text{ N} = 0 \rightarrow A_y = 9871,8 \text{ N}$$



$$\Sigma M_a = 0 \text{ antihorari}(+)$$

$$-1104,53 \text{ N} * 34 \text{ mm} + 10942,9 \text{ N} * \frac{424}{2} \text{ mm} - C_z * 210 \text{ mm} = 0$$

$$C_z = 10868,29 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$A_z - 1104,53 \text{ N} - 10868,29 = 0 \rightarrow A_z = 11972,82 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$-10942,9 \text{ N} + A_x = 0 \rightarrow A_x = 10942,9 \text{ N}$$

Diagramas de solicitaciones

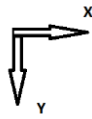


Diagrama Cortante

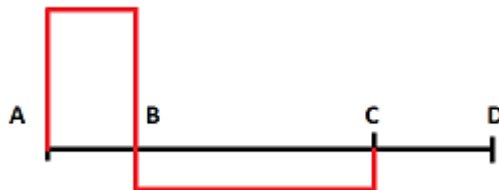


Diagrama Flector

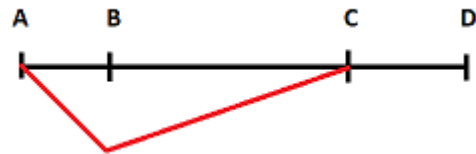


Diagrama Torsión

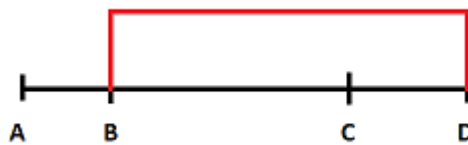


Diagrama Cortante: Los esfuerzos cortantes son contrarrestados por los cojinetes en las secciones A y C. La sección más afectada sería la B, donde se encuentra el engranaje.

Diagrama Flector: En la sección B el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $335,64 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Diagrama Torsión: El valor se mantiene a $2499,16 \text{ N}\cdot\text{m}$ a lo largo de las secciones B, C y D.



Diagrama Cortante

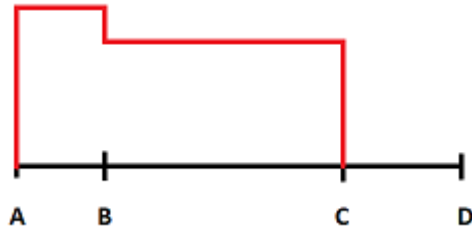


Diagrama Flector

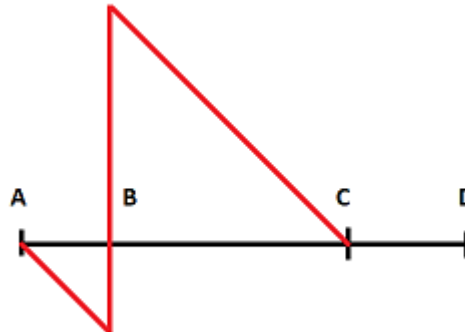


Diagrama Axial

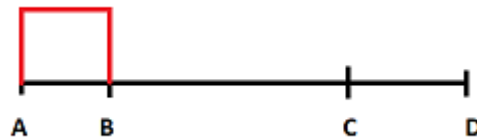


Diagrama Cortante: Desde esta vista el esfuerzo cortante en la sección A es más grande, pero tanto en B como en C también existen. El caso más importante sería en B, dado que en A y C se encuentran los cojinetes.

Diagrama Flector: En la sección B el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $1912,81 \text{ N}\cdot\text{m}$ y el valor mínimo en la misma sección es de $-407,07 \text{ N}\cdot\text{m}$

Diagrama Axial: El esfuerzo axial creado en el engranaje de la sección B, es contrarrestado por el cojinete en la sección A.

Discusión de la sección Crítica

A lo largo de todo el eje el diámetro se mantiene constante, se evita así los posibles factores de entalla por variación de diámetro. Esto también nos permite estudiar cada sección fácilmente observando los diagramas.

Los esfuerzos cortantes y axiales no afectan en gran consideración al eje ya que estos esfuerzos son contrarrestados por los cojinetes que lo sostienen. Nos vamos a fijar más en los esfuerzos flectores y de torsión.

Solo la sección B se ve afectada por los esfuerzos flectores y los de torsión tanto A, B y C. Las secciones B y D son las de menor resistencia por contener una chaveta que mantiene el engranaje unido al eje.

$$Seccion B = Flector + Torsor + \downarrow Resistencia$$

$$Seccion D = Torsor + \downarrow resistencia$$

La sección crítica que se encuentra sometida a mayores esfuerzos y con menor resistencia, es la sección B.

Cálculo de Solicitaciones en sección B

$$M_{fz} = 335,64 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ y } M_{fy} = 1912,81 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{ft} = \sqrt{335,64^2 + 1912,81^2} = 1942,03 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 2499,16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_{\text{flex máx}} = \frac{M_{ft}}{I} \cdot y_{\text{máx}} = \frac{1942,03}{\frac{\pi}{64} \cdot 0,06^4} \cdot \frac{0,06}{2} = 91,58 \text{ MPa}$$

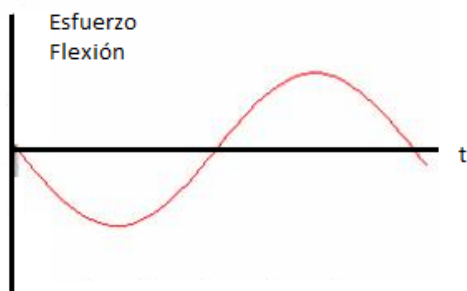
$$I = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} \cdot y_{\text{máx}} = \frac{2499,16}{\frac{\pi}{32} \cdot 0,06^4} \cdot \frac{0,06}{2} = 58,92 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

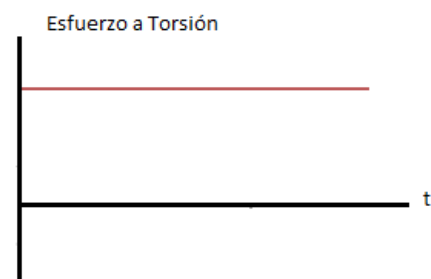
Ciclos de carga



Esfuerzo ciclico

Tension Máxima (σ_a) = 91,58 MPa

Tension media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante

Tensión Máxima (τ_a) = 0

Tension Media (τ_m) = 58,92 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 91,58 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 102,05 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 98,94 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,75$

$K_c = 1$

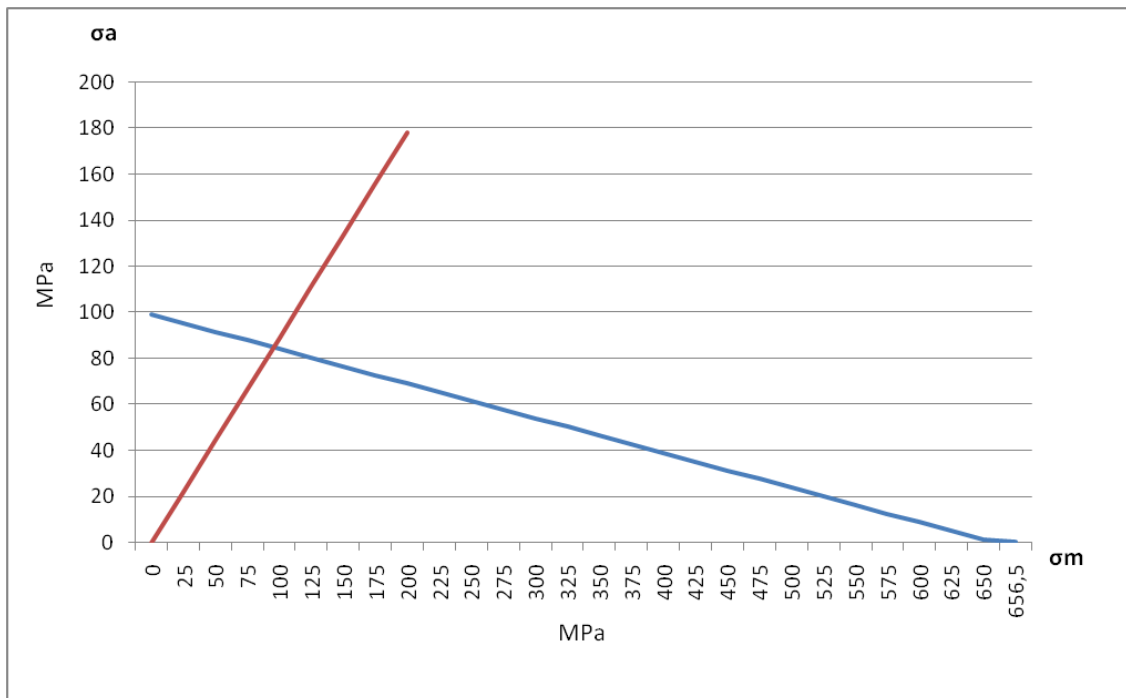
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 3$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_{a\ eq}}{\sigma_{m\ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 94,39\ MPa$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{m\ eq}} = 0,92$$

Conclusiones

Si establecemos un eje de 60mm de diametro, este no es capaz de aguantar un número infinito de ciclos por un margen muy pequeño. El factor de seguridad se encuentra muy cerca de la unidad y es por eso que la siguiente iteracion con un diametro de 65 mm si que alcanzara un valor por encima de 1.

2da Iteración Árbol de Transmisión 2 (Caja de transmisión principal)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a derecha, diámetro (D_p)= 424mm y longitud de cono (X_b)= 18 mm.

Engranaje Circular recto de diámetro (D_p)=130mm y longitud de cara(b)= 65mm.

D= 65 mm L=350mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	75,07°

Cálculo de Solicitaciones en sección B

$$M_{fz} = 335,64 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ i } M_{fy} = 1912,81 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{Ft} = \sqrt{335,64^2 + 1912,81^2} = 1942,03 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 2499,16 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} \cdot y \text{ máx} = \frac{1942,03}{\frac{\pi}{64} \cdot 0,065^4} \cdot \frac{0,065}{2} = 72,03 \text{ MPa}$$

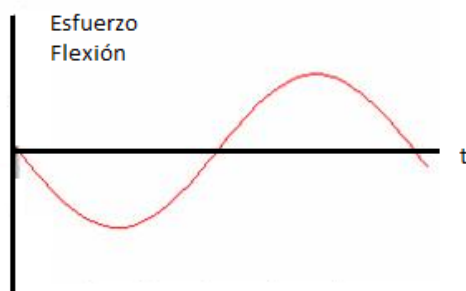
$$I = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

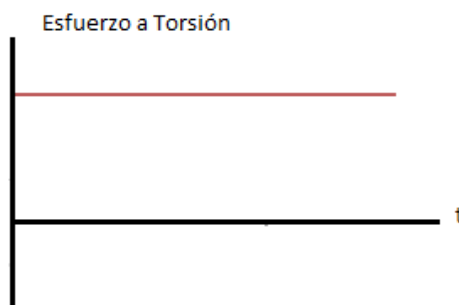
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} \cdot y \text{ máx} = \frac{2499,16}{\frac{\pi}{32} \cdot 0,065^4} \cdot \frac{0,065}{2} = 46,34 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo cíclico
Tensión Máxima (σ_a) = 72,03 MPa
Tensión media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tensión Media (τ_m) = 46,34 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 72,03 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 80,26 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 98,94 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_e = 0,897$

$K_b = 0,75$

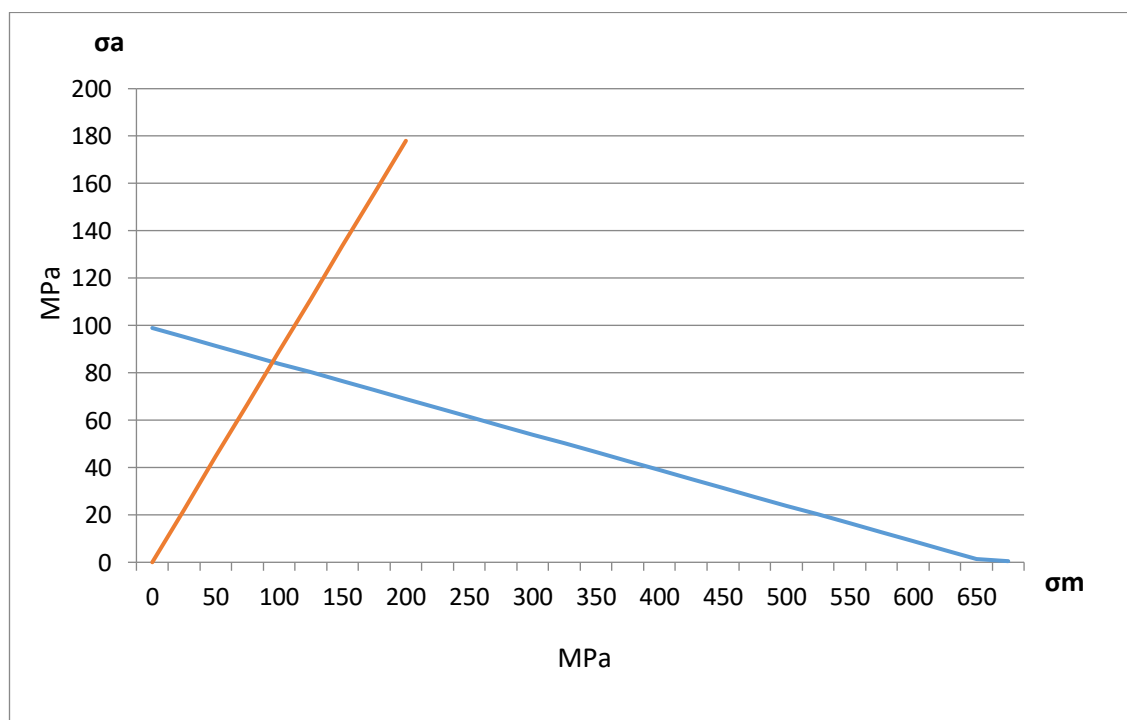
$K_f = 3$

$K_c = 1$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

$K_d = 1$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 94,39 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma m^s}{\sigma m \text{ eq}} = 1,17$$

Conclusiones

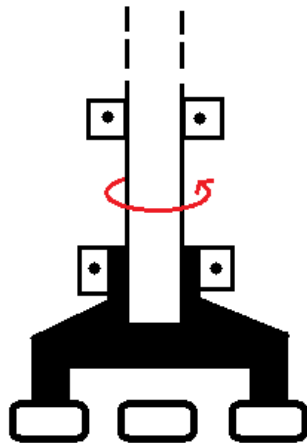
Como se habia deducido, con un diametro de 65 mm el eje si tendra una vida a fatiga infinita y soportara perfectamente las tensiones que se ejerceran sobre el.

1era Iteración Mastil (Caja de transmisión principal)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

El mástil del helicóptero se encuentra acoplado al porta-planetas del engranaje planetario y sujeto mediante algunos rodamientos en la caja de transmisión. No se ve afectado por esfuerzos flectores o cortantes, solo esfuerzo a torsión al transmitir el par motor (M_t).

Potencia máxima a transmitir: $466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$

D=65mm



$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

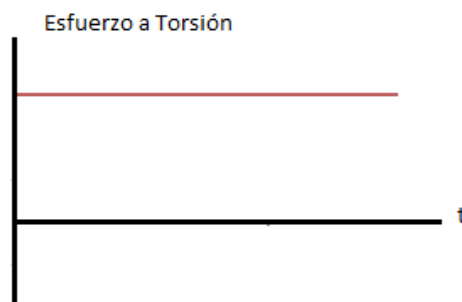
$$\omega = 400 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$M_t = \frac{300.000}{41,48} = 7163,32 \text{ N} * \text{m}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} * y_{\text{máx}} = \frac{7163,32}{\frac{\pi}{32} * 0,065^4} * \frac{0,065}{2} = 132,84 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \quad \text{momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga

Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tension Media (τ_m) = 132,84 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones

$\sigma_{m eq} = 230 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 296,83 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,75$

$K_c = 1$

$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 1$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Notas→ En este caso que solo tenemos esfuerzo a torsión y en las solicitaciones tan solo está la tensión media equivalente ($\sigma_{m eq}$). Al aplicar las ecuaciones de Soderberg a este problema el resultado final sería que la tensión máxima admisible es igual a la tensión admisible del material (σ_F).

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a eq}{\sigma_{m eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = \sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{m eq}} = 2,85$$

Conclusiones

El valor del diámetro del mástil será aquel que proporcione una tensión media equivalente (σ_{eq}) por debajo de la tensión admisible del material (σ_F), pero lo más cercana posible para que sea de mínimas dimensiones. Siempre teniendo en cuenta los diámetros normalizados.

2da Iteración Mástil (Caja de transmisión principal)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Potencia máxima a transmitir: $466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$

$D= 50\text{mm}$

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 400 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

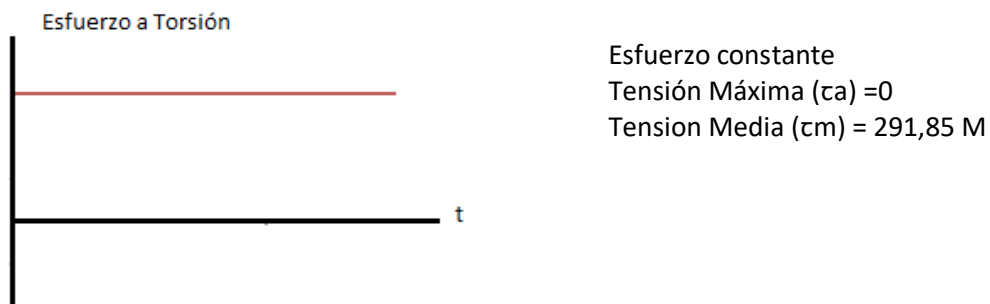
$$M_t = \frac{300.000}{41,88} = 7163,32 \text{ N} * \text{m}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} * y_{\text{máx}} = \frac{7163,32}{\frac{\pi}{32} * 0,05^4} * \frac{0,05}{2} = 291,85 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \quad \text{momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones

$\sigma_{m eq} = 505,49 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_{a eq}}{\sigma_{m eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = \sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{m eq}} = 1,29$$

Conclusiones

El valor de 50 mm para el diametro se acerca al limite establecido, ya que su tension media equivalente es de 505,49 MPa. En el caso de que un valor inferior para el diametro (45 mm) supere la tension admisible del material, el valor del diametro mínimo y necesario sera de 50mm.

3era Iteración Mastil (Caja de transmisión principal)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Potencia máxima a transmitir: $466.000 \text{ W} * 0,644 = 300.000 \text{ W}$

$D= 45\text{mm}$

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 400 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 41,88 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

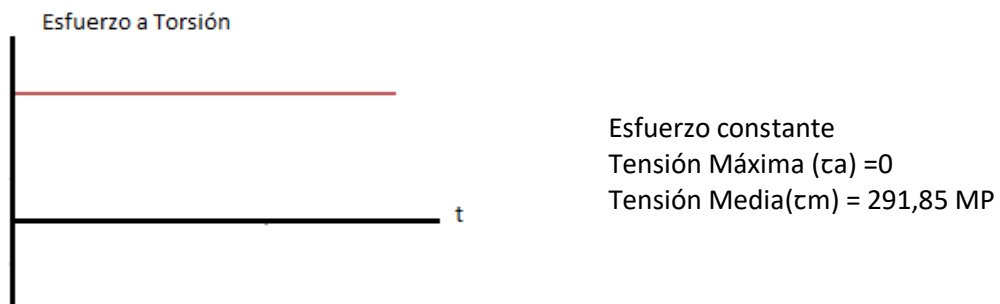
$$M_t = \frac{300.000}{41,88} = 7163,32 \text{ N} * \text{m}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} * y_{\text{máx}} = \frac{7163,32}{\frac{\pi}{32} * 0,045^4} * \frac{0,045}{2} = 400,35 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \quad \text{momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección C

$\sigma_{m eq} = 693,42 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_{a eq}}{\sigma_{m eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = \sigma_F = 656,5 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{m eq}} = 0,94$$

Conclusiones

La tensión media equivalente que se genera en el eje de 45 mm es demasiado grande y supera la tensión admisible del material. El factor de seguridad es inferior a 1 y sabiendo este resultado el diámetro mínimo y válido para nuestro mástil será de 50 mm.

1era Iteración Árbol de Transmisión 1 (Caja de transmisión de cola)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a derecha, giro anti horario de cara al motor.

Longitud de cono (X_b) = 25 mm y diámetro (D_p)= 90mm.

D= 30 mm L=200mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	30,26

$$F_t = 2515 \text{ N}$$

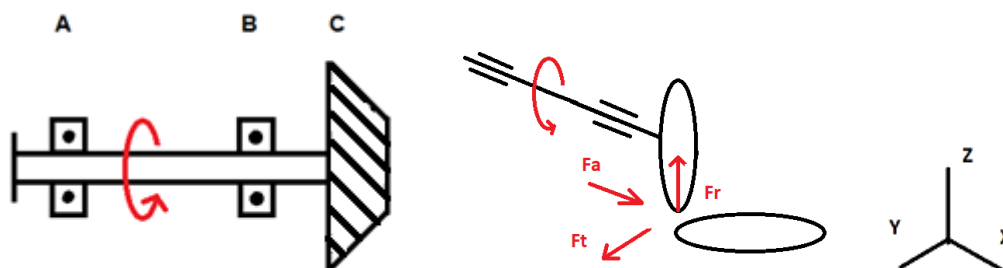
$$F_r = F_t * \tan(\alpha) * \cos(\Phi) = 790,66 \text{ N}$$

$$F_{a1} = F_t * \tan(\alpha) * \sin(\Phi) = 461,28 \text{ N (eix X negatiu)}$$

$$F_{a2} = F_t * \tan(\beta) = 1452 \text{ N (eix X positiu)}$$

$$F_a \text{ total} = 990,72 \text{ N (eix X positiu)}$$

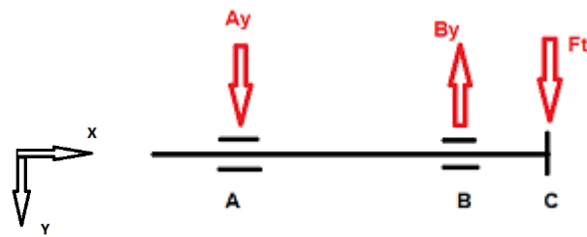
$$M_t = F_t * r = 113,17 \text{ N} * \text{m}$$



Separación entre engranaje y rodamiento = 25mm.

Distancia entre los dos rodamiento y parte del eje que conecta con los ejes de cola (A-B)= 50mm.

Distancia entre las cargas y el rodamiento (B) = $\frac{25}{2} + 25 = 37,5\text{mm}$.

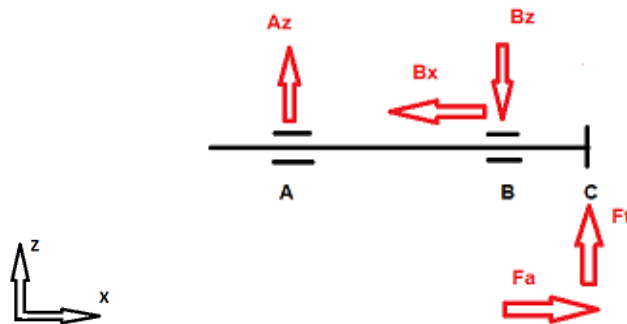


$$\Sigma M_A = 0 \text{ antihorari(+)}$$

$$2515 \text{ N} \cdot 87,5 - B_y \cdot 50 = 0 \rightarrow B_y = 4401,25 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$-A_y + 4401,25 \text{ N} - 2515 \text{ N} = 0 \rightarrow A_y = 1886,25 \text{ N}$$



$$\Sigma M_A = 0 \text{ antihorari(+)}$$

$$-B_z \cdot 50 + 790,66 \text{ N} \cdot 87,5 + 990,72 \text{ N} \cdot \frac{90}{2} = 0 \rightarrow B_z = 2275,30 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$A_z - 2275,30 \text{ N} + 790,66 \text{ N} = 0 \rightarrow A_z = 1484,64 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$990,72 \text{ N} - B_x = 0 \rightarrow B_x = 990,72 \text{ N}$$

Diagramas de solicitaciones

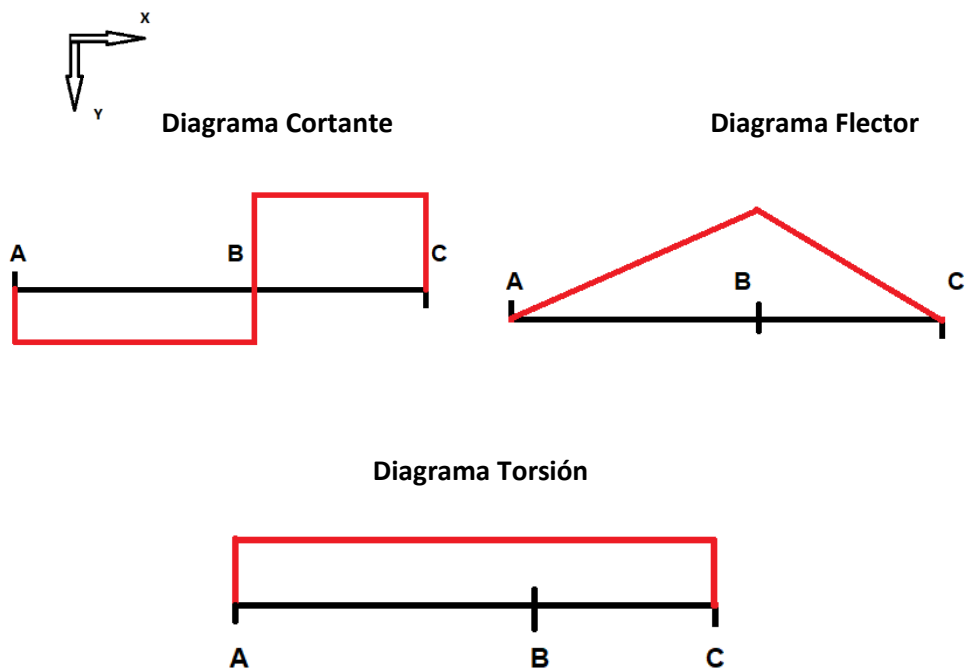


Diagrama Cortante: Las secciones B y C son las más afectadas por el esfuerzo cortante, pero al saber que tanto en A como en B hay rodamientos que miran de contrarrestar este afecto la sección más crítica es C.

Diagrama Flector: En la sección B el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $94,31 \text{ N}\cdot\text{m}$. En las otras dos secciones el valor es cero.

Diagrama Torsión: El esfuerzo a torsión es transmitido a través de los ejes de cola y afecta a todo el eje hasta el engranaje.



Diagrama Cortante

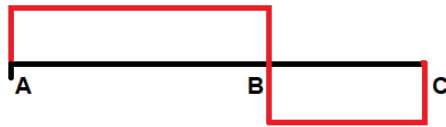


Diagrama Flector

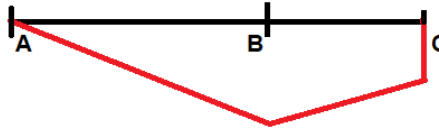


Diagrama Axial

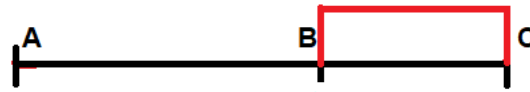


Diagrama Cortante: Las 3 secciones se ven afectadas por los esfuerzos cortantes, siendo en C donde se generan y en A y B donde se contrarrestan por medio de apoyos.

Diagrama Flector: En la sección B el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $-74,23 \text{ N}\cdot\text{m}$ y el valor mínimo en C con una magnitud de $-44,58 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Diagrama Axial: el esfuerzo axial generado por el engranaje es contrarrestado por el apoyo en B.

Discusión de la sección Crítica

La sección A se descarta como crítica dado que solo se ve afectada por esfuerzos cortantes y de torsión por el par motor. En cambio, tanto B como C se ven afectadas por esfuerzos flectores. La tensión a flexión en la sección B es mucho mayor que en la C, pero hay que recordar que la resistencia en C es mucho menor como consecuencia de una chaveta que une el engranaje con el eje.

Al no poder determinar con exactitud cuál de las dos secciones es la crítica, procederemos a resolver el eje en las dos secciones. Aquella que obtenga un factor de seguridad inferior será la sección crítica.

Cálculo de Solicitaciones en sección B

$$M_{fz} = 94,31 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ i } M_{fy} = 74,23 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{Ft} = \sqrt{94,31^2 + 74,23^2} = 120 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 113,17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} \cdot y \text{ máx} = \frac{120}{\frac{\pi}{64} \cdot 0,03^4} \cdot \frac{0,03}{2} = 45,27 \text{ MPa}$$

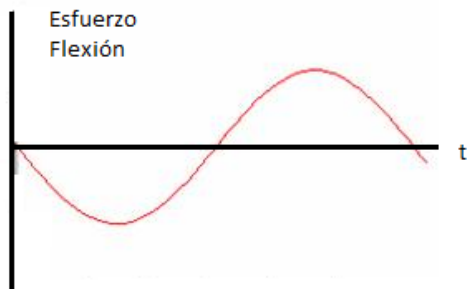
$$I = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

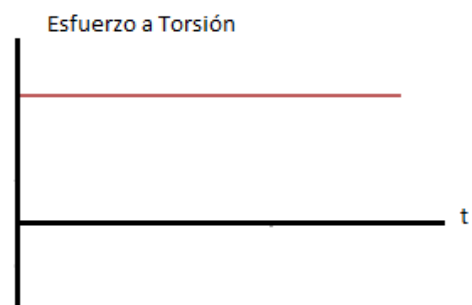
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} \cdot y \text{ máx} = \frac{113,17}{\frac{\pi}{32} \cdot 0,03^4} \cdot \frac{0,03}{2} = 21,34 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo cíclico
Tensión Máxima (σ_a) = 45,27 MPa
Tensión media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tensión Media (τ_m) = 21,34 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 45,27 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 37,80 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 336,4 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,85$

$K_c = 1$

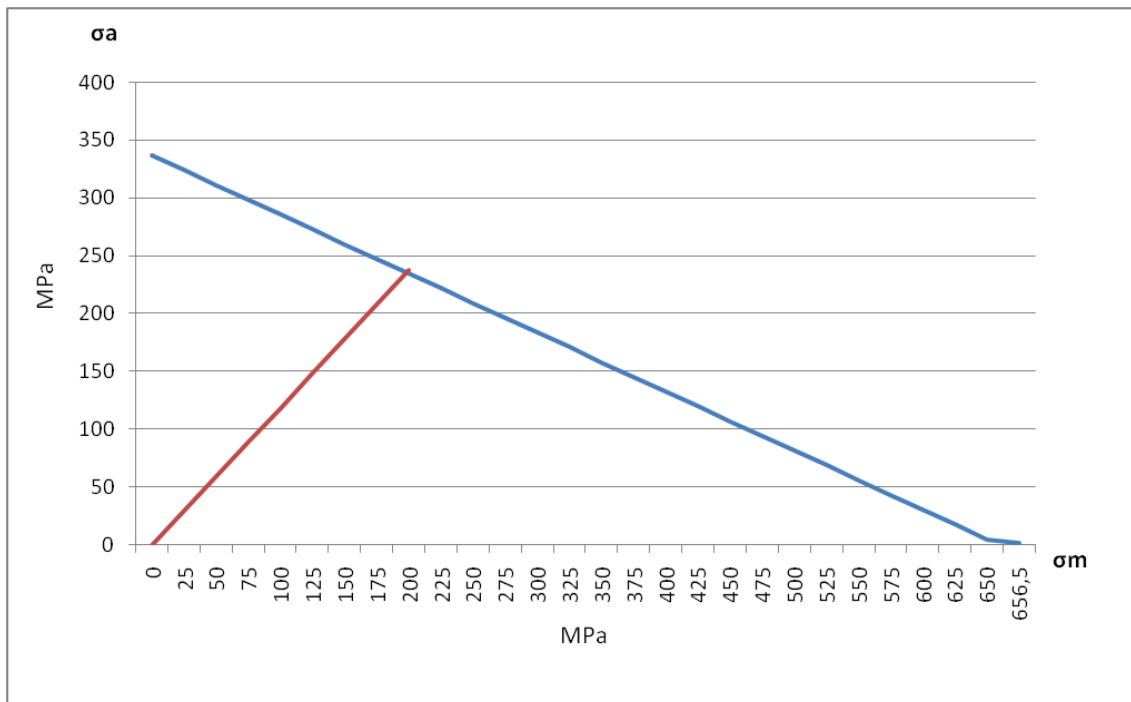
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 1$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 196,72 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 5,2$$

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{ft} = 44,58 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 113,17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} * y \text{ máx} = \frac{44,58}{\frac{\pi}{64} * 0,03^4} * \frac{0,03}{2} = 16,81 \text{ MPa}$$

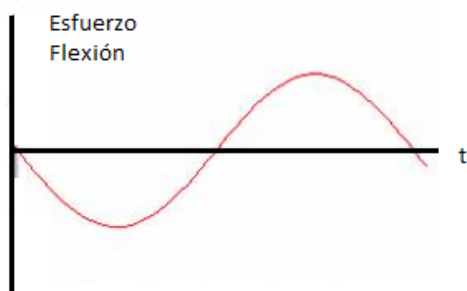
$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

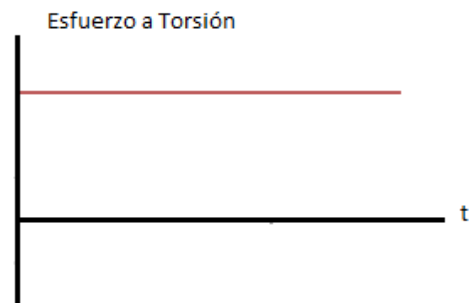
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} * y \text{ máx} = \frac{113,17}{\frac{\pi}{32} * 0,03^4} * \frac{0,03}{2} = 21,34 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo ciclico
Tension Máxima (σ_a) = 45,27 MPa
Tension media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tension Media (τ_m) = 21,34 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 16,81 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 37,80 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 112,13 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,85$

$K_c = 1$

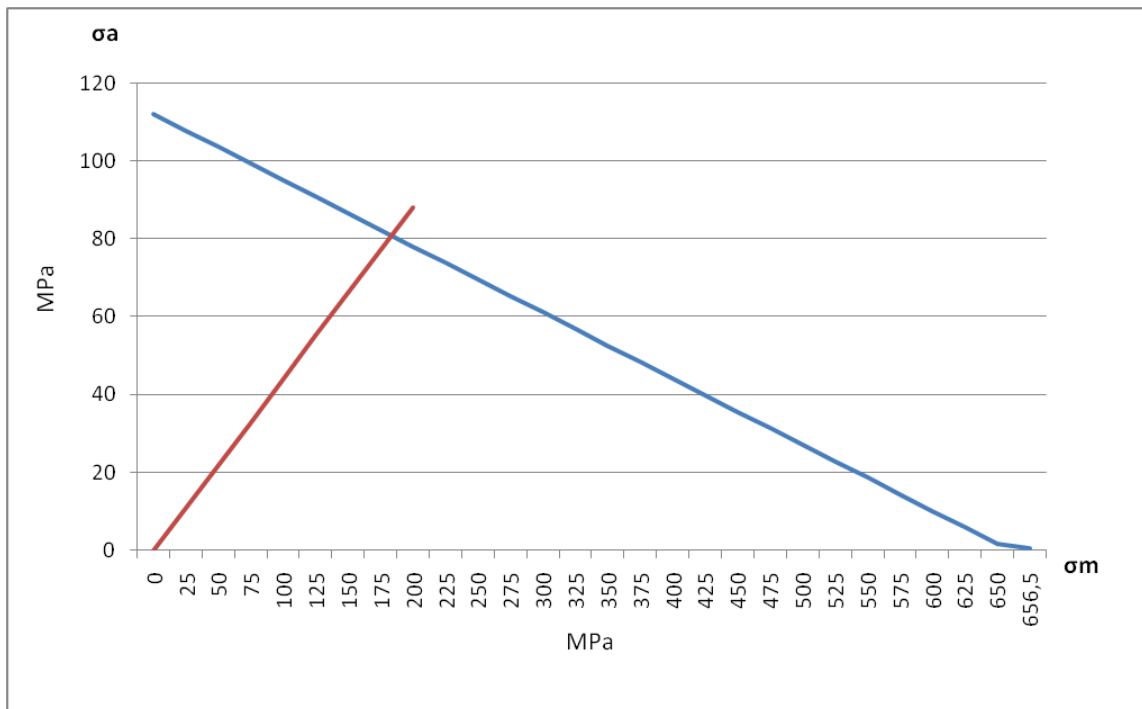
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 3$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_f}} = 182,17 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 4,81 \text{ (C es la sección crítica)}$$

2da Iteración Árbol de Transmisión 1 (Caja de transmisión de cola)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5$ MPa $\sigma_R=980,5$ MPa

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a derecha, giro anti horario de cara al motor.

Longitud de cono (X_b) = 25 mm y diámetro (D_p)= 90mm.

D= 20 mm L=200mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	30,26

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{ft} = 44,58 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 113,17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

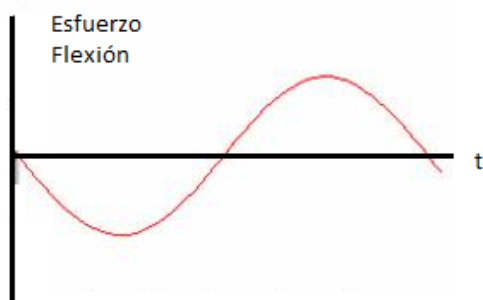
$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} * y \text{ máx} = \frac{44,58}{\frac{\pi}{64} * 0,02^4} * \frac{0,02}{2} = 56,76 \text{ MPa}$$

$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

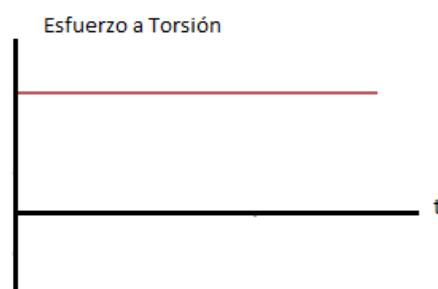
Torsión

$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} * y \text{ máx} = \frac{113,17}{\frac{\pi}{32} * 0,02^4} * \frac{0,02}{2} = 72,04 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga

Esfuerzo ciclico

Tension Máxima (σ_a) = 56,76 MPaTension media (σ_m)= 0

Esfuerzo constante

Tensión Máxima (τ_a) =0Tension Media (τ_m) = 72,04 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 56,76 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 124,77 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 118,73 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,9$

$K_c = 1$

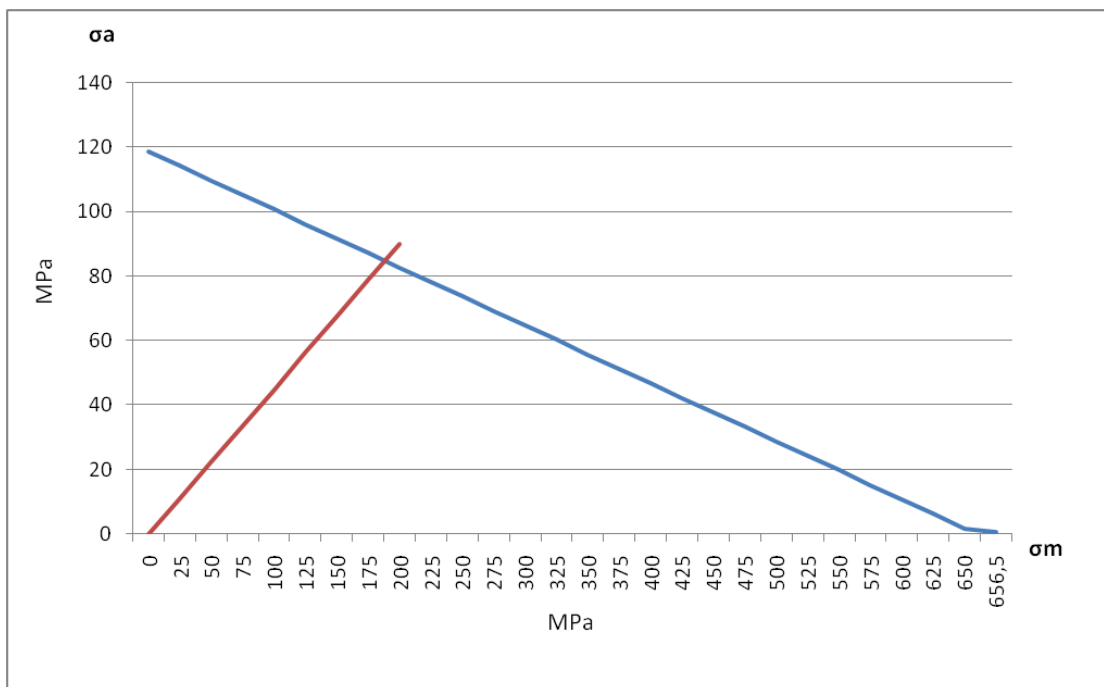
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 3$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 186,75 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 1,5$$

Conclusiones

Como se ha comprobado en la primera iteración la sección C era la crítica por obtener un factor de seguridad menor al de la sección B.

A partir de aquí y en esta segunda iteración con un diámetro de 20 mm el valor del factor de seguridad, 1.5, se encuentra en el límite pero se acabara de confirmar que será la dimensión final con otra iteración.

La siguiente iteración se llevara a cabo con un diámetro de 15 mm. Si el valor final del factor de seguridad es inferior a 1, el diámetro mínimo y válido será el de 20 mm.

3era Iteración Árbol de Transmisión 1 (Caja de transmisión de cola)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5$ MPa $\sigma_R=980,5$ MPa

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a derecha, giro anti horario de cara al motor.

Longitud de cono (X_b) = 25 mm y diámetro (D_p)= 90mm.

D= 15 mm L=200mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	30,26

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{ft} = 44,58 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 113,17 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} * y \text{ máx} = \frac{44,58}{\frac{\pi}{64} * 0,015^4} * \frac{0,015}{2} = 134,54 \text{ MPa}$$

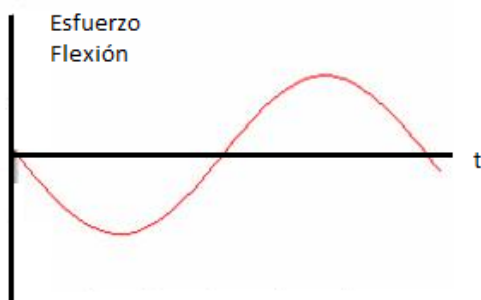
$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

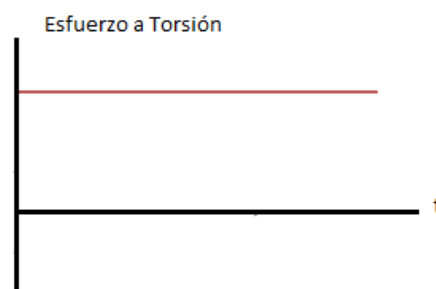
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} * y \text{ máx} = \frac{113,17}{\frac{\pi}{32} * 0,015^4} * \frac{0,015}{2} = 170,77 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo ciclico
Tension Máxima (σ_a) = 134,54 MPa
Tension media (σ_m)= 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a)=0
Tension Media (τ_m)= 170,77 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 134,54 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 295,78 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 122,69 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,93$

$K_c = 1$

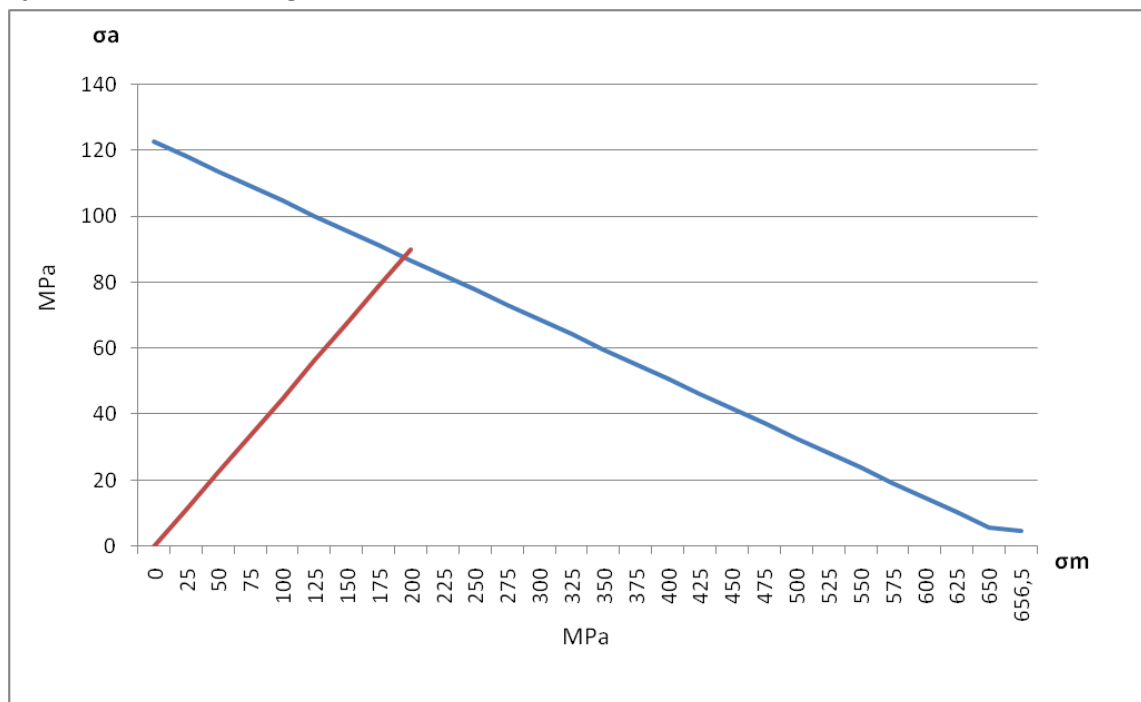
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 3$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma m^s = \frac{\sigma f}{\frac{\sigma a \text{ eq}}{\sigma m \text{ eq}} + \frac{\sigma f}{\sigma F}} = 191,18 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma m^s}{\sigma m \text{ eq}} = 0,64$$

Conclusiones

Dado este resultado se confirma que la dimensión del diámetro para este primer eje es de 20 mm.

1era Iteración Árbol de Transmisión 2 (Caja de transmisión de cola)**Material:** AISI 4140 $\sigma_F=656,5 \text{ MPa}$ $\sigma_R=980,5 \text{ MPa}$

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a izquierda.

Longitud de cono (X_b) = 14 mm y diámetro (D_p)= 155mm.

D= 30 mm L=165mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	59,74°

$$F_t = 2515 \text{ N}$$

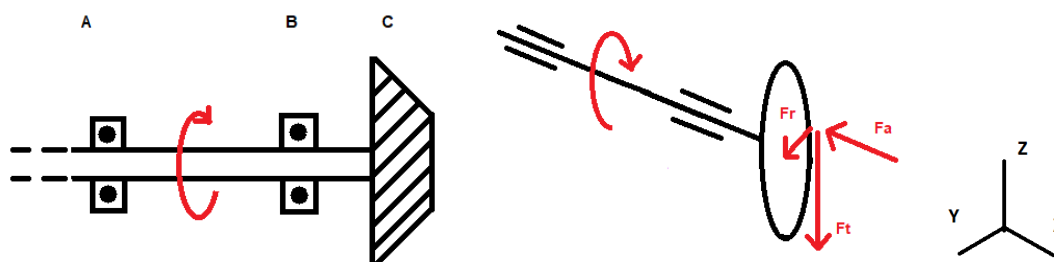
$$F_r = F_t * \tan(\alpha) * \cos(\Phi) = 461,28 \text{ N}$$

$$F_{a1} = F_t * \tan(\alpha) * \sin(\Phi) = 790,66 \text{ (eix X negatiu)}$$

$$F_{a2} = F_t * \tan(\beta) = 1452 \text{ N (eix X negatiu)}$$

$$F_a \text{ total} = 2242,66 \text{ (eix X negatiu)}$$

$$M_t = F_t * r = 194,91 \text{ N} * \text{m}$$

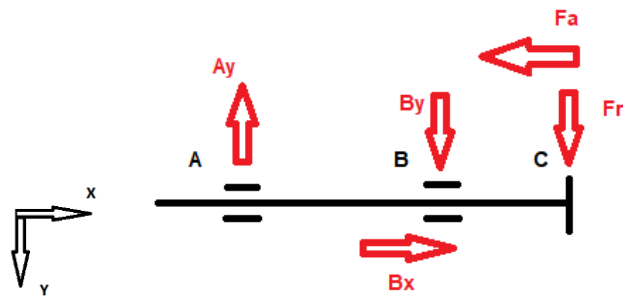


Separación entre engranaje y rodamiento = 25mm.

Distancia entre los dos rodamiento (A-B)= 50mm.

Distancia entre las cargas y el rodamiento (B) = $\frac{14}{2} + 25 = 32\text{mm}$.

Después del segundo rodamiento (A) el eje está sometido solo a esfuerzos de torsión por el par motor. Esto nos permite poder alargar-lo lo necesario para poder instalar el cabezal de las palas y el sistema de variación de ángulo. Sin embargo estableceremos una longitud de 25 mm aproximadamente.



$$\Sigma M_a = 0 \text{ antihorari(+)}$$

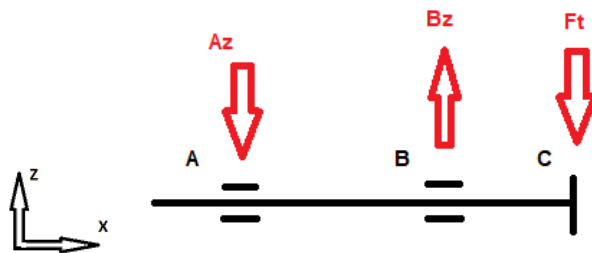
$$-By * 30 - 461,28 \text{ N} * 62 + 2242,66 \text{ N} * \frac{155}{2} = 0 \rightarrow By = 2719,62 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$Ay - 2719,62 \text{ N} - 461,28 \text{ N} = 0 \rightarrow Ay = 3180,9 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$Bx - 2242,66 \text{ N} = 0 \rightarrow Bx = 2242,66 \text{ N}$$



$$\Sigma M_a = 0 \text{ antihorari(+)}$$

$$Bz * 50 - 2515 \text{ N} * 82 = 0 \rightarrow Bz = 4124,6 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z = 0$$

$$-Az + 4124,6 \text{ N} - 2515 \text{ N} = 0 \rightarrow Az = 1609,6 \text{ N}$$

Diagramas de solicitaciones

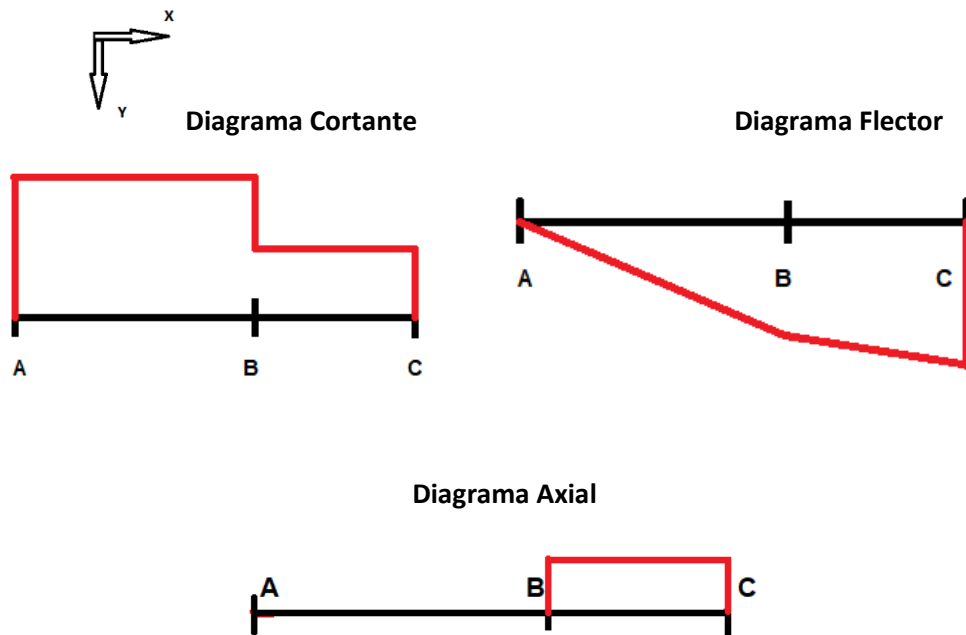


Diagrama Cortante: Las 3 secciones se ven afectadas por los esfuerzos cortantes, siendo en C donde se generan y en A y B donde se contrarrestan por medio de apoyos.

Diagrama Flector: En la sección B el valor que alcanza el esfuerzo es $-159,04 \text{ N}\cdot\text{m}$ y el valor máximo en C con una magnitud de $-173,8 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Diagrama Axial: el esfuerzo axial generado por el engranaje es contrarrestado por el apoyo en B.



Diagrama Cortante

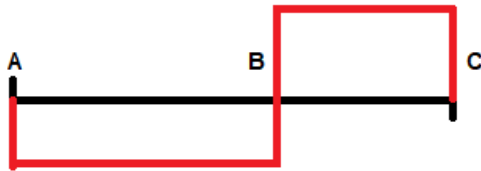


Diagrama Flector

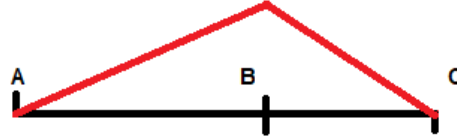


Diagrama Torsión

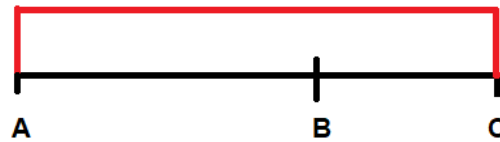


Diagrama Cortante: Las secciones B y C son las más afectadas por el esfuerzo cortante, pero al saber que tanto en A como en B hay rodamientos que miran de contrarrestar este efecto la sección más crítica es C.

Diagrama Flector: En la sección B el valor máximo que alcanza el esfuerzo es $80,48 \cdot m$. En las otras dos secciones el valor es cero.

Diagrama Torsión: El esfuerzo a torsión es transmitido a través del eje hasta llegar al cabezal donde se encuentran las palas y donde se genera el par resistente que se debe vencer.

Discusión de la sección Crítica

La sección A se descarta como crítica dado que solo se ve afectada por esfuerzos cortantes y de torsión por el par motor. En cambio, tanto B como C se ven afectadas por esfuerzos flectores. La sección B se ve afectada tanto en la vista XY como en XZ y en cambio en la sección C solo en la XY. Recordamos también que la sección C, a causa de una chaveta, es la sección de menor resistencia.

Al no poder determinar con exactitud cuál de las dos secciones es la crítica, procederemos a resolver el eje en las dos secciones. Aquella que obtenga un factor de seguridad inferior será la sección crítica.

Cálculo de Solicitaciones en sección B

$$M_{fz} = 159,04 \text{ N} \cdot \text{m} \text{ i } M_{fy} = 80,48 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{Ft} = \sqrt{159,04^2 + 80,48^2} = 178,24 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 194,91 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} * y \text{ máx} = \frac{178,24}{\frac{\pi}{64} * 0,03^4} * \frac{0,03}{2} = 67,24 \text{ MPa}$$

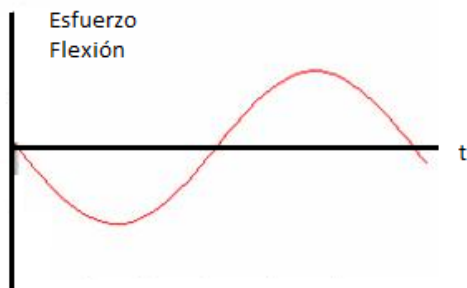
$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

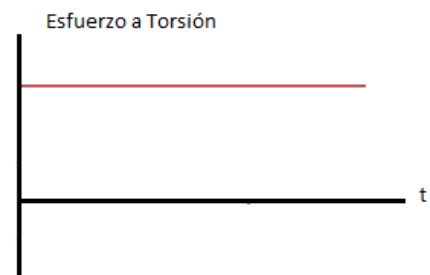
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} * y \text{ máx} = \frac{194,91}{\frac{\pi}{32} * 0,03^4} * \frac{0,03}{2} = 36,76 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo cíclico
Tension Máxima (σ_a) = 67,24 MPa
Tension media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tension Media (τ_m) = 36,76 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Seccion B

$\sigma_a \text{ eq} = 67,24 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 63,67 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 336,4 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,85$

$K_c = 1$

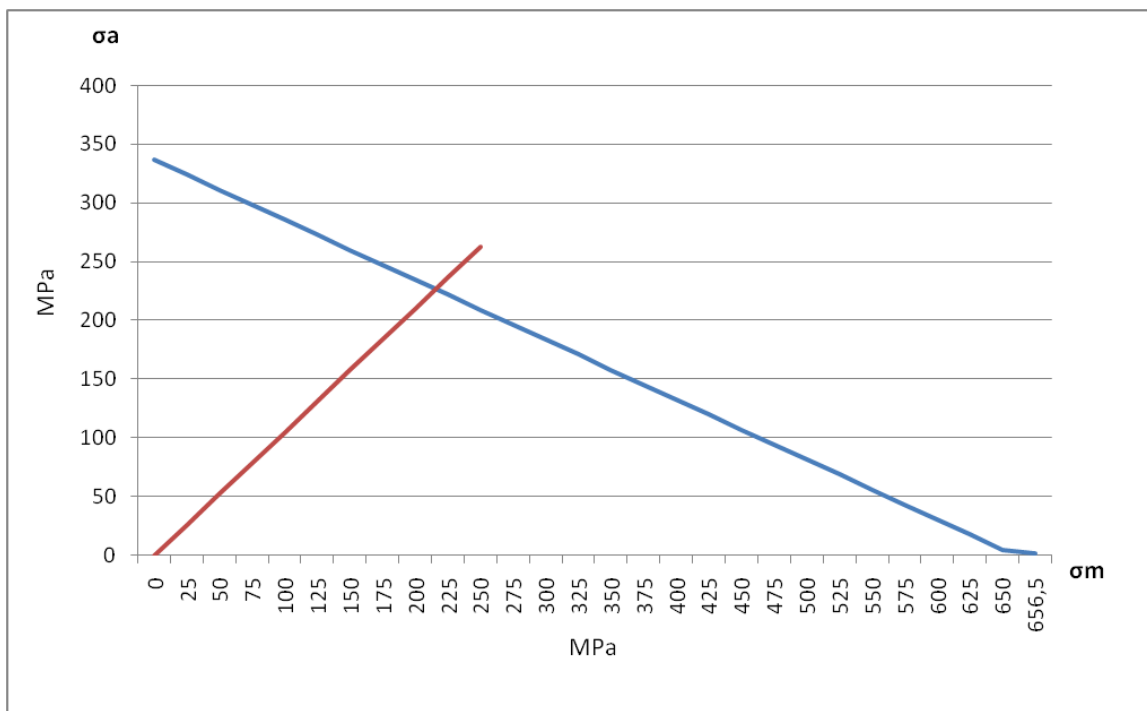
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 1$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 214,47 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 3,36$$

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{ft} = 173,8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 194,91 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} \cdot y \text{ máx} = \frac{173,8}{\frac{\pi}{64} \cdot 0,03^4} \cdot \frac{0,03}{2} = 65,56 \text{ MPa}$$

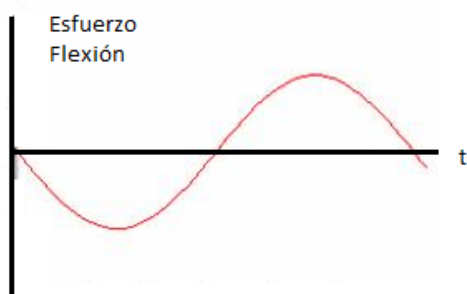
$$I = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

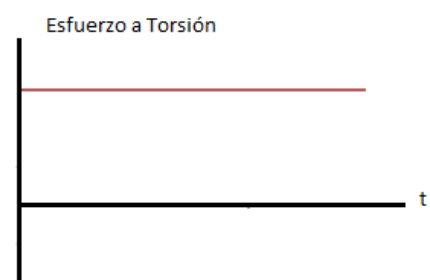
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} \cdot y \text{ máx} = \frac{194,91}{\frac{\pi}{32} \cdot 0,03^4} \cdot \frac{0,03}{2} = 36,76 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de Carga



Esfuerzo ciclico
Tension Máxima (σ_a) = 65,56 MPa
Tension media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tension Media (τ_m) = 36,76 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección B

$\sigma_a \text{ eq} = 65,56 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 63,67 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección B

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 112,13 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_b = 0,85$

$K_c = 1$

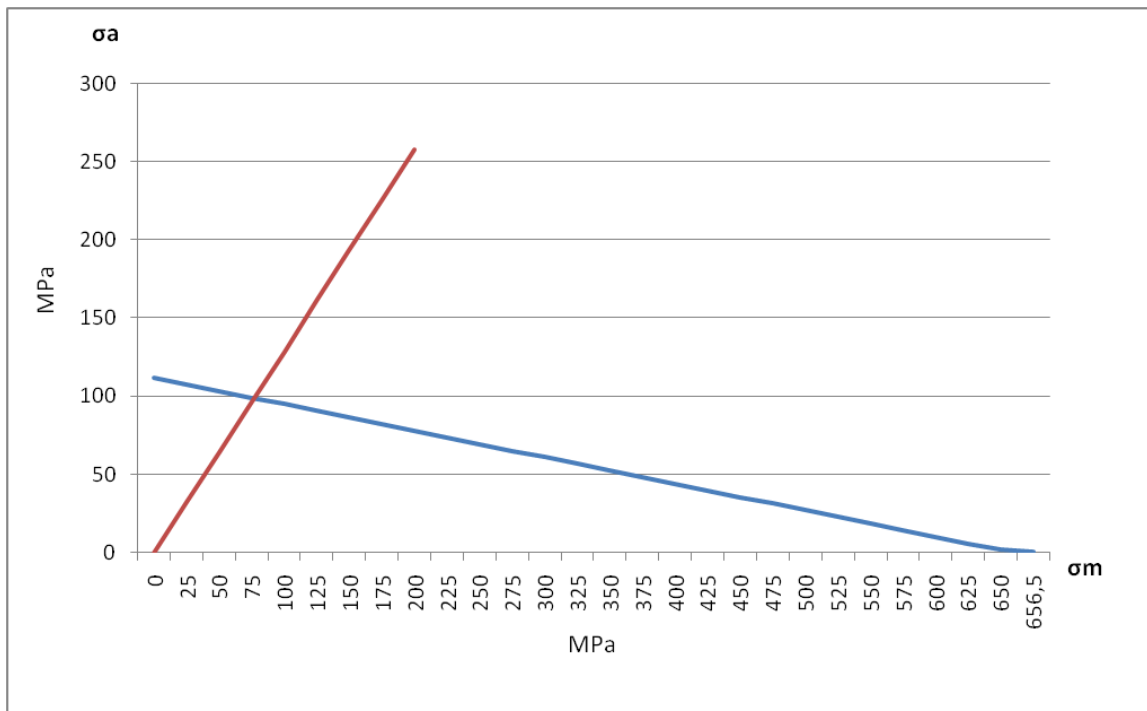
$K_d = 1$

$K_e = 0,897$

$K_f = 3$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_m \text{ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = 93,90 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m \text{ eq}} = 1,47$$

Conclusiones

La sección C, al tener el factor de seguridad más bajo respecto a la sección B, es la sección crítica en el diseño de este eje.

Con un diámetro de 30 mm el valor del factor de seguridad está cercano al límite, que es 1. En la próxima iteración para esta sección el diámetro a utilizar será de 25 mm y en el caso de no tener una vida a fatiga infinita ($FS > 1$), el diámetro para este eje será de 30 mm.

2da Iteración Árbol de Transmisión 2 (Caja de transmisión de cola)

Material: AISI 4140 $\sigma_F=656,5$ MPa $\sigma_R=980,5$ MPa

Engranaje cónico Helicoidal con hélice a derecha, giro anti horario de cara al motor.

Longitud de cono (X_b) = 14 mm y diámetro (D_p)= 155mm.

D= 25 mm L=165mm	Presión (α)	Diente (β)	Engranaje (ϕ)
Ángulos	20°	30°	59,74°

Cálculo de Solicitaciones en sección C

$$M_{ft} = 173,8 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_t = 194,91 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Flexión

$$\sigma_f \text{ máx} = \frac{M_{ft}}{I} * y \text{ máx} = \frac{173,8}{\frac{\pi}{64} * 0,025^4} * \frac{0,025}{2} = 113,29 \text{ MPa}$$

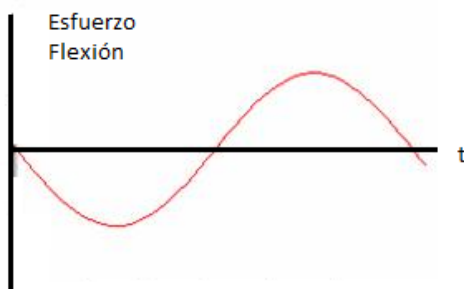
$$I = \frac{\pi}{64} * d^4 \text{ momento de inercia seccion circular solida}$$

Torsión

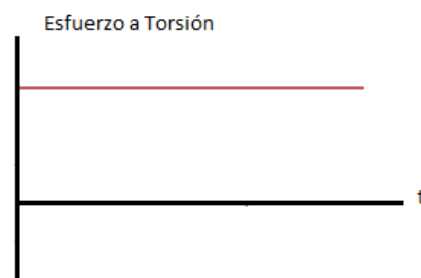
$$\tau \text{ máx} = \frac{M_t}{I_p} * y \text{ máx} = \frac{194,91}{\frac{\pi}{32} * 0,025^4} * \frac{0,025}{2} = 63,53 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * d^4 \text{ momento de inercia polar en seccion circular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo cíclico
Tensión Máxima (σ_a) = 113,29 MPa
Tensión media (σ_m) = 0



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tensión Media (τ_m) = 63,53 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones en Sección C

$\sigma_a \text{ eq} = 113,29 \text{ MPa}$ $\sigma_m \text{ eq} = 110,03 \text{ MPa}$

Cálculo de resistencia en sección C

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f' = 114,77 \text{ MPa}$$

$K_a = 0,9$

$K_e = 0,897$

$K_b = 0,87$

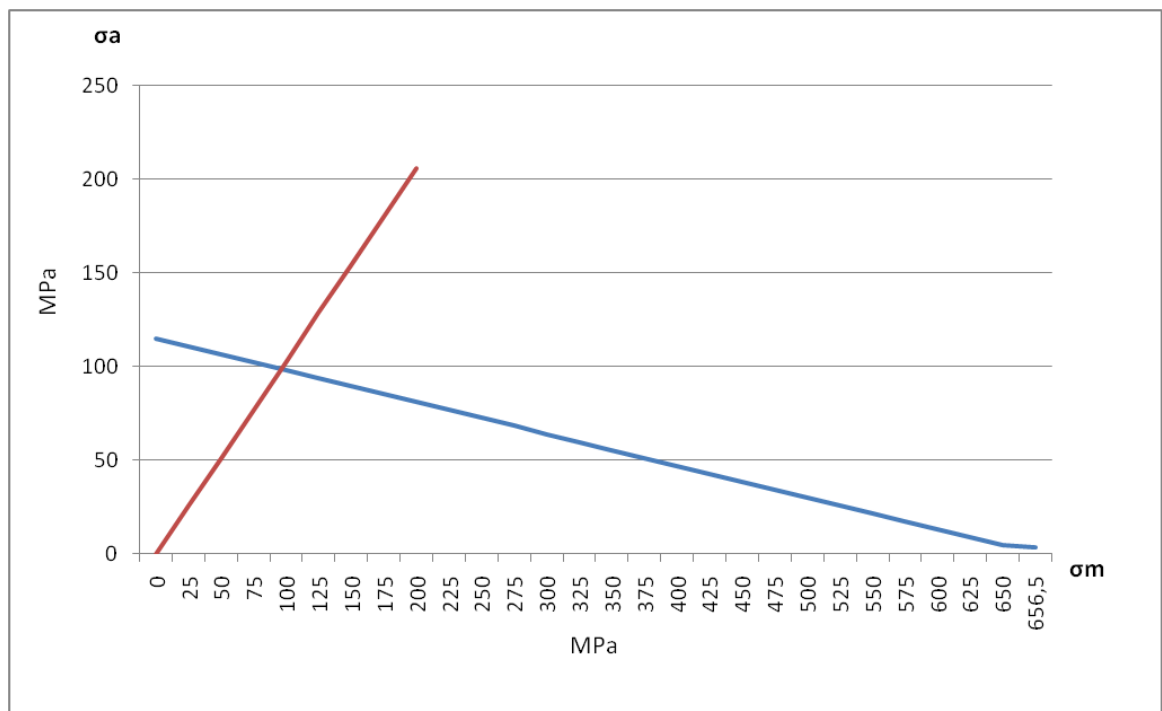
$K_f = 3$

$K_c = 1$

$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$

$K_d = 1$

Aplicación de Soderberg



$$\sigma m^s = \frac{\sigma^f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma m \text{ eq}} + \frac{\sigma^f}{\sigma^F}} = 95,28 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma m^s}{\sigma m \text{ eq}} = 0,86$$

Conclusiones

Como se había comentado en las conclusiones de la primera iteración, el factor de seguridad con un diámetro de 25 mm es inferior a 1. Esto significa que el diámetro no es suficiente para tener una vida infinita a fatiga.

El diámetro que se va utilizar para este segundo eje será de 30 mm.

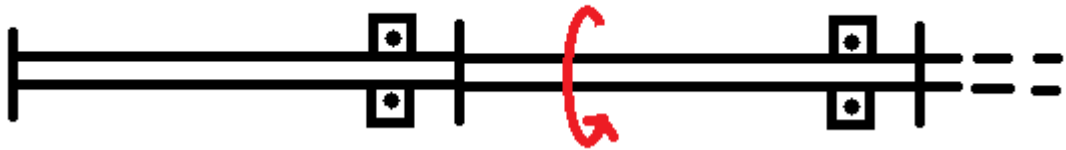
1era Iteración Árboles de Transmisión de cola (Caja de transmisión de cola)

Material: Aleación de aluminio A6061-0 $\sigma_F = 55 \text{ MPa}$

Al igual que en el mástil en la transmisión principal estos ejes no se ven afectados por esfuerzos flectores ni cortantes. Los ejes de cola tan solo transmiten el par motor, momento de torsión (M_t), desde el eje de salida de la turbina hasta la caja de transmisión de cola.

Potencia máxima a transmitir: $466.000 \text{ W} * 0,15 = 69.900 \text{ W}$

$D=30\text{mm}$ (diámetro exterior), $d=20\text{mm}$ (diámetro interior). Los ejes serán tubulares



$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 628,32 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

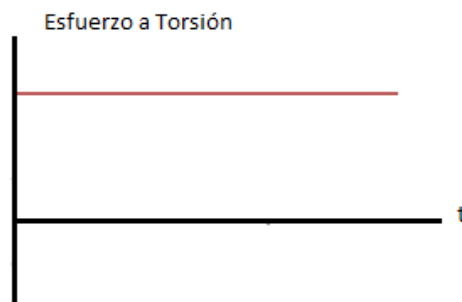
$$M_t = \frac{69.900}{628,32} = 111,25 \text{ N} * \text{m}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} * y_{\text{máx}} = \frac{7163,32}{\frac{\pi}{32} * (0,03^4 - 0,02^4)} * \frac{0,03}{2} = 26,15 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * (D^4 - d^4) \quad \text{momento de inercia polar en seccion circular tubular}$$

Ciclos de carga



Esfuerzo constante
Tensión Máxima (τ_a) = 0
Tension Media (τ_m) = 26,15 MPa

Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones

$$\sigma_{m \text{ eq}} = 45,29 \text{ MPa}$$

Cálculo de resistencia

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma_f'$$

$$K_a = 0,9$$

$$K_e = 0,897$$

$$K_b = 0,85$$

$$K_f = 1$$

$$K_c = 1$$

$$\sigma_f' = 0,5 * \sigma_r = 490,25 \text{ MPa}$$

$$K_d = 1$$

Notas→ En este caso que solo tenemos esfuerzo a torsión y en las solicitaciones tan solo está la tensión media equivalente ($\sigma_{m \text{ eq}}$). Al aplicar las ecuaciones de Soderberg a este problema el resultado final seria que la tension máxima admisible es igual a la tension admisible del material (σ_F).

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a \text{ eq}}{\sigma_{m \text{ eq}}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = \sigma_F = 55 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{m \text{ eq}}} = 1,29$$

Conclusiones

Esta solucion es factible dado que el esfuerzo a torsion es menor a la tension admisible del nuevo material escogido para este tipo de ejes. El factor se mantiene por encima del 1, pero comprobaremos si puede ser de dimensiones menores como puede ser D=20 mm y d=10mm.

2da Iteración Ejes de cola (Caja de transmisión de cola)

Material: Aleación de aluminio A6061-0 $\sigma_F = 55 \text{ MPa}$

Potencia máxima a transmitir: $466.000 \text{ W} * 0,15 = 69.900 \text{ W}$

$D=20\text{mm}$ (diámetro exterior), $d=10\text{mm}$ (diámetro interior). Los ejes serán tubulares.

$$M_t = \frac{P}{\omega}$$

$$\omega = 6000 \text{ rpm} * \frac{2 * \pi}{60} = 628,32 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

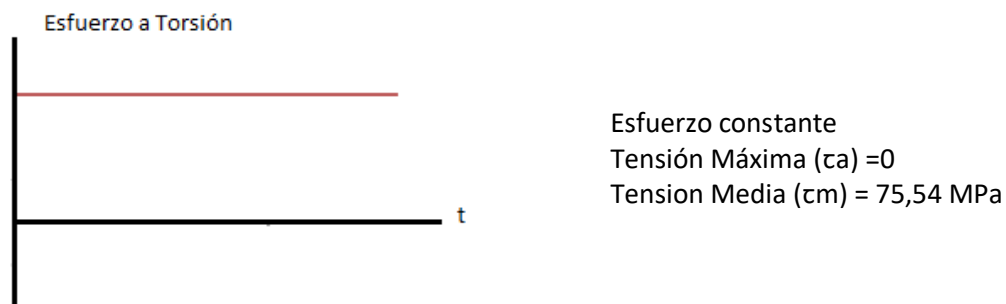
$$M_t = \frac{69.900}{628,32} = 111,25 \text{ N} * \text{m}$$

Torsión

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{M_t}{I_p} * y_{\text{máx}} = \frac{7163,32}{\frac{\pi}{32} * (0,02^4 - 0,01^4)} * \frac{0,02}{2} = 75,54 \text{ MPa}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} * (D^4 - d^4) \quad \text{momento de inercia polar en seccion circular tubular}$$

Ciclos de carga



Aplicación de Mohr y Von Mises para encontrar las tensiones equivalentes.

$$(\text{Mohr}) \sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\text{Von Mises}) \sigma_{eq} = +\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2}$$

Solicitaciones

$\sigma_{m\ eq} = 130,83\text{ MPa}$

Aplicación de Soderberg

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_{a\ eq}}{\sigma_{m\ eq}} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = \sigma_F = 55\text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{m\ eq}} = 0,42$$

Conclusiones

La conclusion final a la cual llegamos con esta iteracion es que no podemos utilizar un eje tubular de 10mm de paret inferior a 30 mm de diametro. Cualquier caso menor no soportaria el esfuerzo máximo que se podria generar de forma permanente. En el caso de que se quisiera hacer más pequeño se tendria que cambiar el material por uno de mas resistente con una tension admisible más elevada.

ÁRBOLES DE TRANSMISIÓN

Transmisión principal

Elemento	Diámetro[mm]	Longitud[mm]
Árbol de transmisión 1	40	270
Árbol de transmisión 2	65	350
Mástil	50	1000

Transmisión de cola

Elemento	Diámetro	Longitud
Árbol de transmisión 1	20	200
Árbol de transmisión 2	30	165
Árboles de transmisión de cola	30-20	1000